T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

134382

ÇARPIŞMA YÜKÜ ALTINDAKİ YAPILARIN SONLU ELEMANLAR METODU İLE ANALİZİ VE OPTİMUM TASARIMI

Murat BÜYÜK

YÜKSEK LİSANS TEZİ
TASARIM VE İMALAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
Yrd.Doç.Dr. Hasan KURTARAN

134382
T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURU
DOKÜMANTASYON MER

GEBZE
2003

Murat Büyük'ün tez çalışması, G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 13/01/2003 tarih ve 2003/2 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından Tasarım ve İmalat Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE (Tez Danışmanı) : Yrd. Doç. Dr. Hasan KURTARAN

ÜYE : Yrd. Doç. Dr. A. Zafer ŞENALP

ÜYE : Yrd. Doç. Dr. Mehmet GÖKTÜRK

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 01.05.2003 tarih ve 2003/13 sayılı kararı.

İmza / Mühür

Prof. Dr. Ayşem KILIÇ
GYTE Mühendislik ve Fen Bil. Enstitüsü Müdürü

ÖZET

Çarpışma yükü altındaki yapıların davranışı dinamik ve çok büyük oranda doğrusal olmayan bir davranış gösterir. Doğrusal olmayan davranışlar malzemelerin büyük deformasyonlarından, deforme olan yapıların arasındaki temas durumlarından ve malzemenin yüksek gerinim hızlarındaki plastik davranışlarından kaynaklanmaktadır. Bunun yanında, doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizi gibi matematik modelleme metodları ve bilgisayar donanımları bu derecede kompleks problemlerin modellenebilmesi ve hassas bir şekilde çözülebilmesi yönünde ancak yakın zamanda bir gelişme göstermişlerdir.

Bu tezde, çarpışma yükü altındaki yapıların optimizasyonu için yaklaşık hesap konseptleri ile optimizasyon algoritmalarını birleştiren bir uygulama yapılmıştır. Cevap yüzeyi yaklaşık hesapları dinamik optimizasyon problemlerinin çözümüne başarı ile uygulanmıştır. Sonuçlar göstermiştir ki, cevap yüzeyi yaklaşık hesapları çarpışma yüküne maruz kalan yapıların tasarım optimizasyonunda başarı ile uygulanabilmektedir.

SUMMARY

Structural behavior is highly non-linear and dynamic under impacts. Non-linearities are caused by large deformations of the materials in the structure, the contacts between the deforming materials and the high strain rate depedent material plasticity. However, only recently the mathematical modeling methods such as non-linear finite element analysis and computer hardware have advanced to the level where such complex problems can be modeled and solved accurately.

In this thesis, application of approximation concepts associated with the optimization approach to optimize structures under impact loading is studied. Response surface approximations have been applied successively to the solution of a variety of dynamic optimization problems. Results show that response surface approximation approach is effective in design optimization of structural systems subjected to impact loading.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince engin bilgi ve deneyimleri ile beni yönlendiren ve destekleyen Sayın Yrd. Doç.Dr. Hasan KURTARAN'a, teşekkürlerimi bildiririm.

Mesleki bilgi ve becerilerimi geliştirme konusunda yapmış olduğu yardımlardan dolayı Sayın Yrd. Doç.Dr. A. Zafer ŞENALP'e teşekkürlerimi bildiririm.

Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Tasarım ve İmalat Mühendisliği Bölüm Başkanı Sayın Doç. Dr. Fehmi ERZİNCANLI'ya beni yüksek lisans çalışmalarımda araştırma görevlisi olarak desteklediği için teşekkür ederim.

Tasarım ve İmalat Mühendisliği Bölümü'nde görevli tüm çalışma arkadaşlarıma gösterdikleri dostluk için minnettarım.

Sayın Dr. Tarık ÖĞÜT nezdinde, tüm FİGES Limited Şirketi çalışanlarına, tez çalışmam esnasında kullandığım yazılımları sağladıkları ve bunların eğitimlerini verdikleri için teşekkür ederim.

Bu çalışmalar esnasında maddi manevi desteklerini asla eksik etmeyen fedakar aileme, anneme ve babama sevgilerimle...

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	Sayfa
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xv
1. GİRİŞ	1
1.1. Yapıların Doğrusal Olmayan Dinamik Davranışlarının Analizi	1
1.2. Yapıların Doğrusal Olmayan Davranışlarının Nedenleri	7
1.2.1. Geometriye Bağlı Doğrusal Olmayan Davranışlar	8
1.2.2. Malzemeye Bağlı Doğrusal Olmayan Davranışlar	8
1.2.3. Durum Değişikliklerine Bağlı Doğrusal Olmayan Davranışlar	9
1.3. Yapıların Doğrusal Olmayan Dinamik Davranışlarının Sonlu Elemanlar Metodu Kullanılarak Çözümü	10
1.3.1. Mod Süperpozisyon Metodu	11
1.3.2. Direk İntegrasyon Metodu	12
1.3.3. Mod Süperpozisyon ve Direk İntegrasyon Metodlarının Karşılaştırılması	13
1.3.4. Kapalı ve Açık (Implicit-Explicit) Zaman İntegrasyonu Yöntemlerinin Karşılaştırılması	14
2. AÇIK (EXPLİCİT) SONLU ELEMANLAR METODU	15
2.1. Lagrange Formülasyonu	15
2.1.1. Virtüel İş Prensibi	16
2.1.2. Diskritizasyon Uzayı	19
2.1.3. Zaman Diskritizasyonu	22
2.2. Zaman Adımı Kriteri	23
2.3. Kabuk Eleman Formülasyonu	24
2.4. Malzeme Süreklilik Denklemleri	29

2.4.1. İzotropik Elastik Malzeme Modeli 29
2.4.2. İzotropik Elastik-Plastik Malzeme Modeli 31
3. YAPISAL OPTİMİZASYON 35
3.1. Giriş 35
3.2. Yapısal Optimizasyon 36
3.3. ANSYS Tasarım Optimizasyon Modülü 38
3.3.1. Tasarım Optimizasyonuna Giriş 38
3.3.2. Olası ve Olası Olmayan Tasarım Kümeleri 39
3.3.3. En İyi Tasarım Kümesi 40
3.3.4. ANSYS Alt Problem (Sub-Problem) Optimizasyon Metodu 40
3.3.4.1. Yaklaşık Fonksiyonlar 41
3.3.4.2. Alt Problem Yaklaşık Değerlerinin Minimizasyonu 43
3.3.4.3. Yakınsama 46
4. PENETRASYON MEKANİĞİ 47
4.1. Çarpışma Dinamiği 47
4.2. Penetrasyon Mekaniği 48
5. SONLU ELEMANLAR METODUYLA BALİSTİK DARBE SONUCU GT MODEL ASKERİ ARAÇ KAPISINDA OLUŞAN HASARIN TESPİTİ 54
5.1. Giriş 54
5.2. Sonlu Elemanlar Modeli 55
5.2.1. Sonlu Elemanlar Ağı ve Sınır Şartları 56
5.2.2. Süreklilik Denklemleri 57
5.2.2.1. Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli 57
5.2.2.2. Johnson-Cook Malzeme Modeli 58
5.2.2.3. Mie-Gruneisen Hal Denklemi Modeli 60
5.2.3. Temas Algoritması 61
5.3. Sonlu Elemanlar Analizi 61
5.3.1. Plastik Kinematik Sertleşme Modeli Analiz Sonuçları 62
5.3.2. Johnson-Cook Malzeme Modeli Analiz Sonuçları 63
5.3.3. Çift Kat Plaka Sonuçları 65
5.3.4. Çift Kat Açılı Plaka Sonuçları 66
5.4. Sonuç 67

6. YAKLAŞIK OPTIMIZASYON METODU KULLANARAK EN İYI ÇARPIŞMA PERFORMASINI SAĞLAYAN KATMANLI ZIRHIN OTOMATIK TASARIMI 68
6.1. Giriş 68
6.2. Yaklaşık Optimizasyon 70
6.3. Sonlu Elemanlar Modeli 72
6.3.1. Sonlu Elemanlar Ağı 73
6.3.2. Süreklilik Denklemleri 74
6.3.2.1. Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli 75
6.3.2.2. Johnson-Cook Malzeme Modeli 76
6.3.2.3. Mie-Gruneisen Hal Denklemi Modeli 77
6.4. Katmanlı Zırh Tasarımında Optimizasyon Formülasyonu 78
7. SONUÇLAR/ÖNERİLER 81
7.1. Global Optimumun Aranması 83
7.2. Değerlendirmeler 86
7.3. Öneriler 86
KAYNAKLAR 88
ÖZGEÇMİŞ 92

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler	Açıklamalar
x_i	partikülün uzaydaki konumu
t	zaman
X_i	partikülün ilk koordinatları
V_i	partikülün ilk hızları
A_i	partikülün ilk ivmeleri
$\dot{x}_i$	partikülün mevcut hızları
$\ddot{x}_i$	partikülün mevcut ivmeleri
$T_i(t)$	zorlama kuvvetleri
S_T	zorlama kuvvetlerinin uygulandığı yüzey
$d_i(t)$	tanımlanan yer değiştirmeler
S_d	cisim yüzeyi üzerinde bir parça
$b_i(t)$	dış cisim kuvvetleri
V	üç boyutlu cismin hacmi
σ_{ij}	cauchy gerilme tensörü
ρ	malzemenin mevcut yoğunluğu
n_i	S_T zorlama yüzeyine normal doğrultuda birim vektör
δx_i	eleman içindeki bir noktanın yer değiştirmesi
n	elemandaki düğüm noktası sayısı
α	düğüm noktasının numarası
N_α	α düğüm noktasındaki şekil fonksiyonu
$\delta x_{\alpha i}$	α düğüm noktasındaki yer değiştirmeler
$x_{\alpha i}$	α noktasındaki yer değiştirmeler
$\dot{x}_{\alpha i}$	α düğüm noktasındaki hızlar
$\ddot{x}_{\alpha i}$	α düğüm noktasındaki ivmeler
ξ, η, ζ	eleman içindeki local noktanın koordinatları
$\xi_\alpha, \eta_\alpha, \zeta_\alpha$	α noktasındaki koordinatlar
[M]	kütle matrisi
$\{\ddot{\mathbf{x}}\}$	ivme vektörü
{F}	tüm iç ve dış kuvvetlerin vektörel toplamı
t_n	zaman noktası
Δt_n	zaman adımı
Δt_e	kritik zaman adımı
l	kritik uzunluk
c	dalga hızı
E	elastisite modülü

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU DOKÜMANTASYON MERKEZİ

$\hat{e}_1, \hat{e}_1, \hat{e}_1$	döndürülmüş koordinat sisteminin birim vektörleri
$\vec{r}_{13}$	1 ve 3 noktaları arasındaki vektör
$\vec{r}_{24}$	2 ve 4 noktaları arasındaki vektör
v	hız
v^m	kabuğun orta yüzeyindeki hız vektörü
θ	açısal hız vektörü
z	bir nokta ile eleman orta düzlemi arasındaki uzaklık
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	hız-gerinim (deformasyon hızı)
s_{ij}	değişken gerilme
$\in_{ij}$	değişken gerinim
p	basınç
$\in_v$	hacimsel gerinim
σ_{ij}	cauchy gerilmeleri
ε_{ij}	cauchy gerinimleri
δ_{ij}	kronecker delta
$\dot{s}_{ij}$	değişken gerilme hızları
$\dot{\in}_{ij}$	değişken gerinim hızları
$\dot{p}$	basınç hızı
$\dot{\in}_v$	hacimsel gerinim hızı
G	malzeme kayma modülü
K	malzeme bulk modülü
s_{ij}^{∇}	ddeğişken jaumann gerilme hızları
Ω_{ij}	dönme tensörü
σ_y	akma gerilmesi
s_{ij}^e	elastik güncellenen değişken gerilmeler
s_{ij}^c	düzeltilmiş değişken gerilmeler
s_{eff}^e	elastik güncellenen değişken gerilmelerden çıkan efektif gerilme
$\Delta \in_{ij}^p$	plastic gerinim artımı
E_p	teğet modülü

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sekil	Sayfa
1.1. Basit Yayın Doğrusal Davranışı	2
1.2. Elastik Davranış Gösteren Malzemelerde Gerilme-Gerinim Eğrisi	3
1.3. Malzemedeki Doğrusal Olmayan Davranış	3
1.4. Bir Yükleme Adımı Için 4 İterasyonluk Tam Bir Newton-Raphson Analizi	4
1.5. Newton-Raphson Metodu Ile Yakınsama	4
1.6. Yakınsama	5
1.7. Yakınsama Çemberi	5
1.8. Yakınsama ve Iraksamanin Baslangiç Noktasi Ile İlişkisi	6
1.9. Adım Adım Yükleme Ile Yakınsama	6
1.10. Yakınsama Çemberinin Büyütülmesiyle Yakınsama	7
1.11. Geometriye Bağlı Doğrusal Olmayan Davranış	8
1.12. Çelik ve Lastik Için Gerilme-Gerinim Eğrileri	8
1.13. İki Cismin Temasa Geçmesi Ile Birlikte Gerilme Dağılımındaki Değişim	9
1.14. Hareket Denkleminin Çözüm Yöntemleri	10
2.1. Lagrange Uzayinda Bulunan 3 Boyutlu Cisim	16
2.2. 8 Düğüm Noktali İzoparametrik Elemanın Şekil Fonksiyonları	20
2.3. Döndürülmüş Koordinat Sistemi	25
2.4. Elemanlar Için Kum Saati Modları	29
3.1. Analiz Ile Hassasiyet Rutinlerinin Bir Nümerik Optimizasyon Algoritmasi Ile Birleştirilmesi	36
3.2. Analiz Ile Optimizasyon Rutinlerinin Yaklaşik Hesap Konsepti Ile Birleştirilmesi	37
3.3. Genişletilmiş Dahili Hata Fonksiyonlarının Durum Değişkenleri Uzayında Değişimleri	45
4.1. Genel Kinetik Enerji Penetrasyonu	49
4.2. Uzun Çubuk Penetrasyonu	50
4.3. Eğimli Çapmanın Etkileri	50
4.4. Düşük Hızlardaki Çarpma Karakteristikleri	51

4.5. Yarı Sonsuzluktaki Hedeflerde Çok Yüksek Hızlardaki Çarpma Karakeristikleri. 52
4.6. Balistik Limitlerin Üzerindeki Çarpmalar 52
5.1. (a) Araç Yandan Görünüşü, (b) Kapi (c) Kapi Üzerinde Dairesel Bir Kesit ve Mermi 56
5.2. Üzerinden Alınan Dairesel Kesit ve Merminin Sonlu Elemanlar Modeli 57
5.3 . Plastik Kinematik Sertleşme Modeli Ile Çeşitli Hızlarda Levhada Oluşan Hasar 62
5.4. Plastik Kinematik Sertleşme Modeli Ile Çeşitli Hizlarda Mermi Için (b) İç Enerji, (b) Kinetik Enerji, (c)Mermi Hizi ve (d) Temas Kuvveti Değişimleri 63
5.5. Johnson-Cook Malzeme Modeli Ile Çeşitli Hzlarda Levhada Oluşan Hasar 64
5.6. Johnson-Cook Malzeme Modeli Ile Çeşitli Hızlarda Mermi Için (a) İç Enerji, (b) Kinetik Enerji, (c)Mermi Hizi ve (d) Temas Kuvveti Değişimleri 64
5.7. Johnson-Cook Malzeme Modeli Ile Çeşitli Kalınlıklar Için Levhada Oluşan Hasar 65
5.8. Johnson-Cook Malzeme Modeli Ile Çeşitli Kalınlıklarda Mermi Için (a)İç Enerji, (b) Kinetik Enerji, (c) Mermi Hızı ve (d) Temas Kuvveti Değişimleri 66
5.9. (a) Birbirine 10° Açıyla Duran Levhaların Geometrisi (b) Oluşan Hasar 66
6.1. Ansys Tasarım Optimizasyonu Modülü Ile Yaklaşık Optimizasyon Prosesi 72
6.2. Zırhın ve Merminin Sonlu Elemanlar Modeli 74
6.3. (a) Tasarım Değişkenleri (b) Zırhta Penetrasyonun Ölçümü 80
7.1. (a) Amaç Fonksiyonunun, (b) Katman Kalinliklarinin, ve (c) Açının Optimizasyon Adımlarıyla Değişimi (Mermi Hızı 1000 m/s) 81
7.2. 1000 m/s Hızla Hareket Etmekte Olan Bir Merminin Çarpmasına Maruz Kalan Bir Zırhın Başlangıç ve Optimum Tasarımlarının Deformasyonu 81

7.3. (a) Amaç Fonksiyonunun, (b) Katman Kalınlıklarının, ve (c) Açının Optimizasyon Adımlarıyla Değişimi (Mermi Hizi 2000 m/s). 82

7.3. 2000 m/s Hizla Hareket Etmekte Olan Bir Merminin Çarpmasına Maruz Kalan Bir Zırhın Başlangıç ve Optimum Tasarımlarının Deformasyonu 82

7.5. Amaç Fonksiyonunun Çarpışma Hızı Ile Değişimi 83

7.6. (a) Yeni Başlangıç Değerleri Için Amaç Fonksiyonunun, (b) Katman Kalınlıklarının, ve (c) Açının Optimizasyon Adımlarıyla Değişimi (Mermi Hızı 1000 m/s). 83

7.7. Yeni Başlangıç Değerleri Için 1000 m/s Hızla Hareket Etmekte Olan Bir Merminin Çarpmasına Maruz Kalan Bir Zırhın Başlangıç ve Optimum Tasarımlarının Deformasyonu 84

7.8. (a) Yeni Başlangıç Değerleri Için Amaç Fonksiyonunun, (b) Katman Kalınlıklarının, ve (c) Açının Optimizasyon Adımlarıyla Değişimi (Mermi Hızı 2000 m/s). 84

7.9. Yeni Başlangıç Değerleri Için 2000 m/s Hızla Hareket Etmekte Olan Bir Merminin Çarpmasına Maruz Kalan Bir Zırhın Başlangıç ve Optimum Tasarımlarının Deformasyonu 85

7.10. Yeni Başlangıç Değerleri Için Amaç Fonksiyonunun Çarpışma Hızı Ile Değişimi. 85

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge	Sayfa
1.1. Mod Süperpozisyon ve Direk İntegrasyon Metodları Arasındaki Farklar	13
1.2. Kapali ve Açık Zaman İntegrasyonu Metodları Arasındaki Farklar	14
4.1. Mermi Şekillenmesinde Fiziksel Parametrelerin Değişimi	53
4.2. Hedef Şekillenmesinde Fiziksel Parametrelerin Değişimi	53
5.1. 4340 Çeliği Için Plastik Kinematik Model Parametreleri	58
5.2. Çeliği Için Johnson-Cook Malzeme Modeli Sabitleri	61
5.3. Malzeme Modelleri Arasındaki Farkların Hesap Maliyeti Üzerindeki Etkileri	67
6.1. Alumina Seramik (Al_2O_3) Için Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli Parametreleri	75
6.2. Wha, 4340 Çeliği Ve 2024-T3 Için Johnson-Cook Ve Mie-Gruneisen Malzeme Modeli Sabitleri	78

1. GİRİŞ

Çarpışma olayı doğası gereği bir çok disiplinin beraber incelemesi gereken çok karmaşık bir olaydır. Çarpışma yükü altındaki yapıların analizi ise bilindik metodlar ile çok büyük yaklaşımlar yapılmadan çözülememektedir. Matematik modelleme ve nümerik simülasyon tekniklerindeki gelişmeler neticesinde artık bu karmaşık ve doğrusal olmayan etkiler incelenebilmektedir. Bu çözüm teknikleri pek çok farklı disiplinin uzmanlık derecesinde uygulamalarını gerektirdiğinden "şaheser teknoloji" (state of the arts technology) olarak ta anılmaktadır [Bathe, 1996].

Bu incelemelerde yararlanılan temel araçlardan biri de doğrusal olmayan açık (explicit) dinamik sonlu elemanlar analiz programlarıdır. Bu yazılımlar sayesinde artık malzemelerin ve geometrilerin dinamik yüklemeler altındaki davranışlarını modellemek mümkün olmuştur.

Bu çalışmada benzer bir ticari kod kullanılarak çarpma yükü altında kalan yapıların çeşitli parametrelere göre davranışları incelenmiştir. Burada farklı plastisite fomülasyonlarının yani malzeme modellerinin ekileri incelenmiştir.

Yine bu çalışma kapsamında böylesine dinamik etkiler altında kalan yapıların optimum tasarımına yönelik bir çalışma yapılmış ve çarpışmaya en fazla direnç gösterecek yapı otomatik bir optimizasyon problemi sonucunda elde edilmiştir.

1.1. Yapıların Doğrusal Olmayan Dinamik Davranışlarının Analizi

Çarpışma yükü altındaki yapıların davranışları genellikle dinamiktir ve doğrusal değildir. Bu davranış şeklini anlayabilmek için öncelikle statik-doğrusal davranışın ve analizin nasıl ve hangi kabullere bağlı olarak yapıldığını anlamak gerekir. Yapıların zorlamalara karşı verdikleri cevaplar:

- Statik kuvvetler (direngenliğe bağlı)
- Atalet kuvvetleri (kütleye bağlı) ve
- Sönümleme kuvvetleridir.

Statik analizde sadece direngenlik kuvvetleri önemlidir. Dinamik bir analizde ise bu üç kuvvet te dikkate alınır. Atalet ve sönümleme kuvvetleri eğer uygulanan zorlama zamana bağlı olarak değişiyorsa önemlidir. Genellikle, statik davranış, zorlama frekansı yapının doğal frekansının 1/3'ünden az ise düşünülebilir.

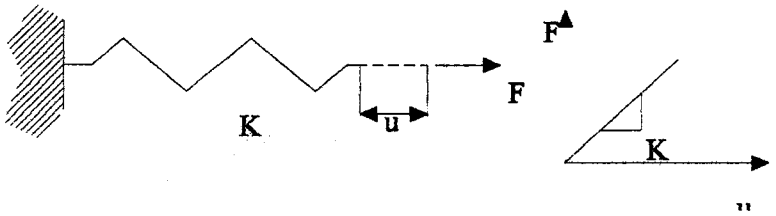
Bunun yanında doğrusal bir analizde yüklemenin yapının direngenliği üzerindeki etkisinin ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu varsayılır. Bu tür analizler aşağıdaki temel karakteristikleri taşırlar:

- Küçük yer değiştirmeler
- Gerilme ve gerinimlerin elastik limitler içerisinde olduğu
- İki cismin temas edip etmemesi gibi ani değişikliklerin olmaması

1600'lerde Robert Hook, Hook Kanunu olarak bilinen ve uygulanan kuvvet (F) ve yer değiştirmeye (u) bağlı olarak bir bağıntı bulmuştur:

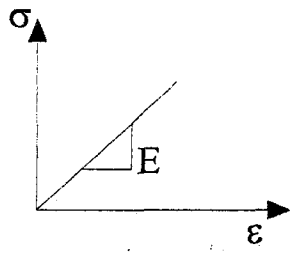
$$F = Ku \tag{1.1}$$

burada, (K) bir yapının direngenliğini temsil eder ve doğrusal bir yapı bu kurala uyar ki bunun en güzel örneği basit bir yaydır (Şekil 1.1).



Şekil 1.1. Basit Yayın Doğrusal Davranışı

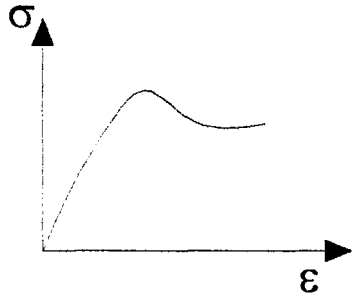
Yine benzer bir örnek elastik davranış gösteren yapıların gerilme-gerinim eğrisinden görülebilir (Şekil 1.2).



Şekil 1.2. Elastik Davranış Gösteren Malzemelerde Gerilme-Gerinim Eğrisi

Doğrusal olmayan bir analiz ise yüklemenin yapının direngenliği üzerinde kayda değer bir değişikliğe neden olduğu durumlarda gereklidir. Yapı direngenliğinin değişmesinde temel nedenlerden bazıları şunlardır:

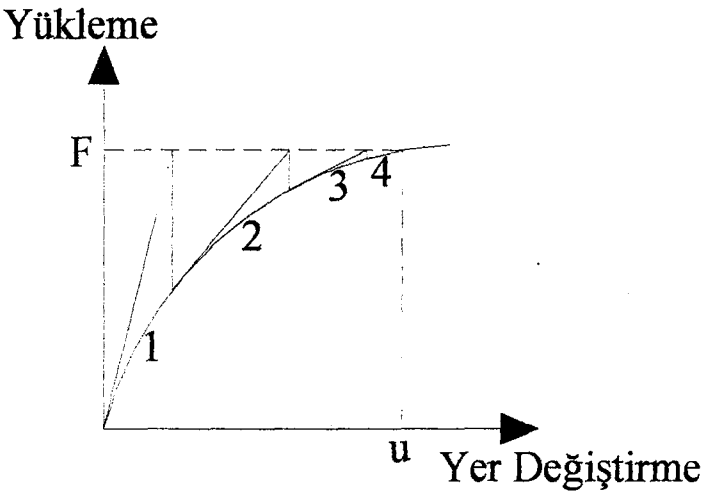
- Elastik limitin ötesindeki gerinimler (plastisite) (Şekil 1.3)
- Büyük yer değiştirmeler
- İki cismin temas durumuna geçmesi.



Şekil 1.3. Malzemedeki Doğrusal Olmayan Davranış.

Burada zor olan doğrusal olmayan yer değiştirme cevabını doğrusal denklem takımları kullanarak çözmeye çalışmaktır. İteratif bir nümerik çözüm metodu olarak Newton-Raphson metodu doğrusal olmayan problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. Burada her iterasyon dengeleme iterasyonu olarak bilinmektedir.

Bir yükleme adımı için 4 iterasyonluk tam bir Newton-Raphson analizi Şekil 1.4'te görülmektedir.

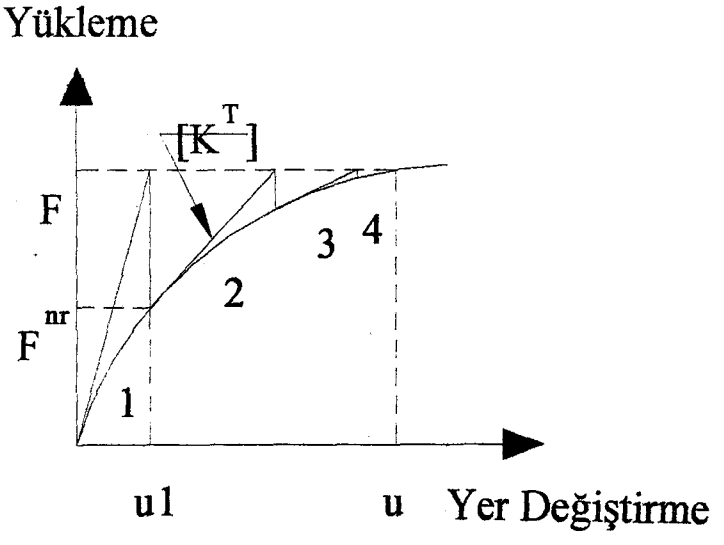


Şekil 1.4. Bir Yükleme Adımı için 4 İterasyonluk Tam Bir Newton-Raphson Analizi

Newton-Raphson metodu aşağıdaki bağıntı ile bir sonuca yakınsamaya çalışır:

$$[K^T]\{\Delta u\} = \{F\} - \{F^{nr}\} \tag{1.2}$$

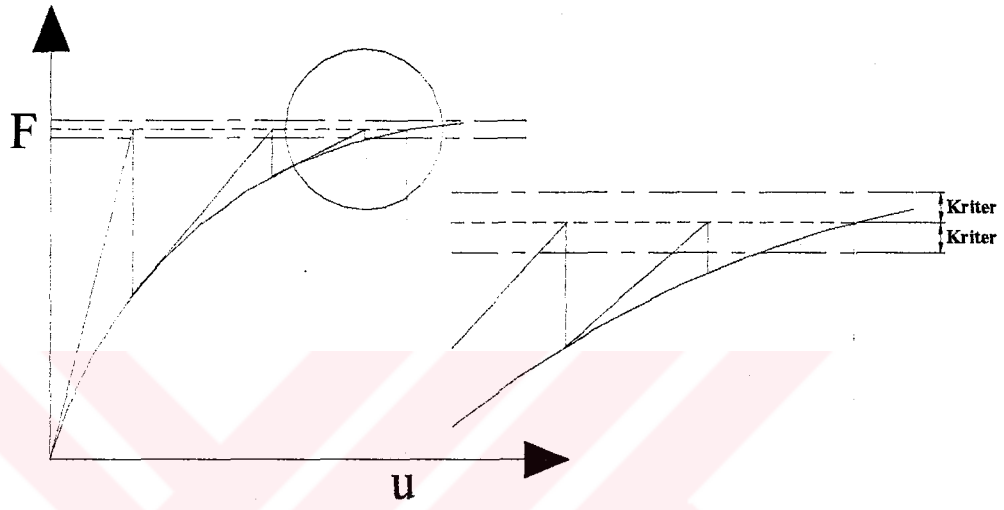
burada, $[K^T]$ teğet direngenlik matrisini, $\{\Delta u\}$ yer değiştirme artımını, $\{F\}$ dış yük vektörünü, $\{F^{nr}\}$iç yük vektörünü (elemanlardaki gerilmelerin toplamını) gösterir. Şekil 1.5 bu iterasyondaki bileşenleri göstermektedir.



Şekil 1.5. Newton-Raphson Metodu ile Yakınsama

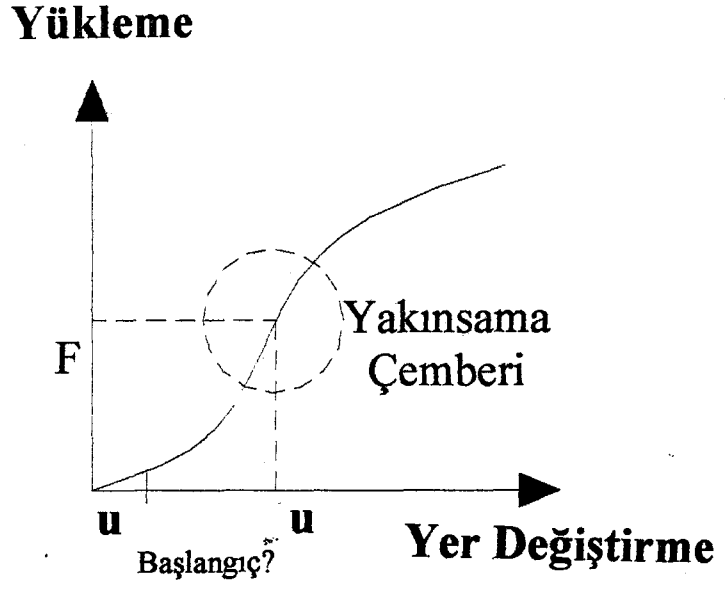
Buradaki her bir iterasyonun tek başına komple bir doğrusal-statik analize eşit olduğu göz önünde tutulmalıdır.

$\{F\}$-$\{F^{nr}\}$ ifadesi artık olarak nitelendirilir ve analiz bu farkın belli bir kabul edilebilir toleransa erişene kadar, ki buna denge hali denir, sürdürülür. Yakınsama artık değer verilen yakınsama kriterinden küçük olduğunda sağlanır (Şekil 1.6).



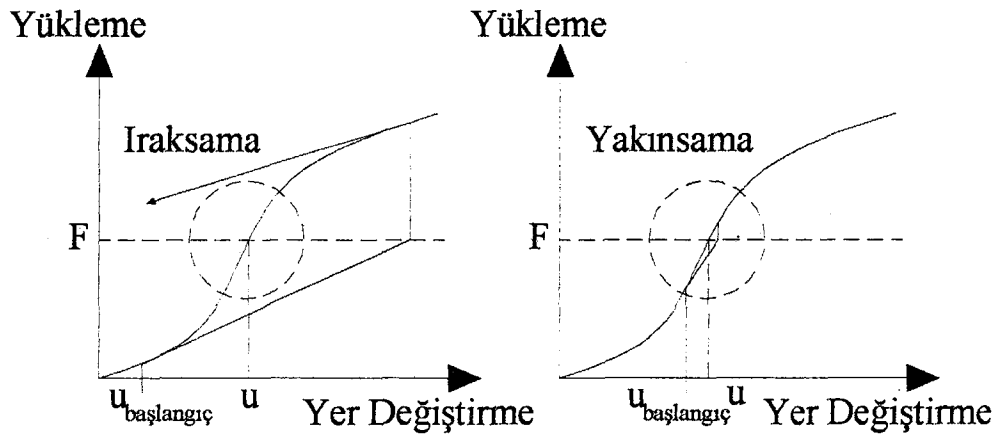
Şekil 1.6. Yakınsama

Ancak Newton-Raphson metodunun her zaman yakınsayacağı garanti değildir. Newton-Raphson prosedürü ancak başlangıç konfigürasyonu yakınsama çemberi (Şekil 1.7) içerisindeyse yakınsayacaktır.



Şekil 1.7. Yakınsama Çemberi

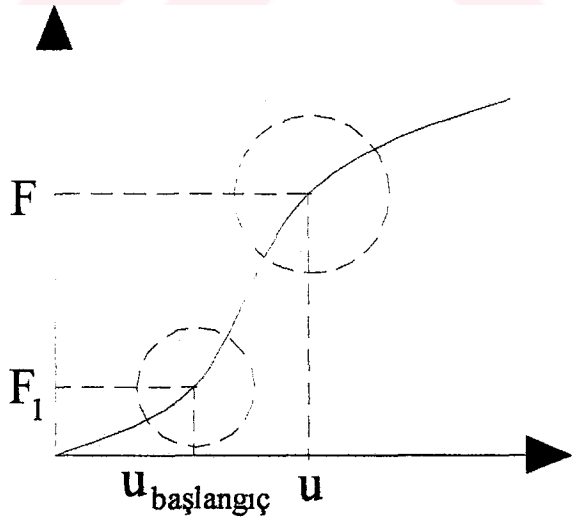
Başlangıç noktası burada yakınsamanın sağlanabilmesi için önemlidir. Şekil 1.8'de bu ilişki görülmektedir.



Şekil 1.8. Yakınsama ve Iraksamanın Baslangıç Noktası ile İlişkisi

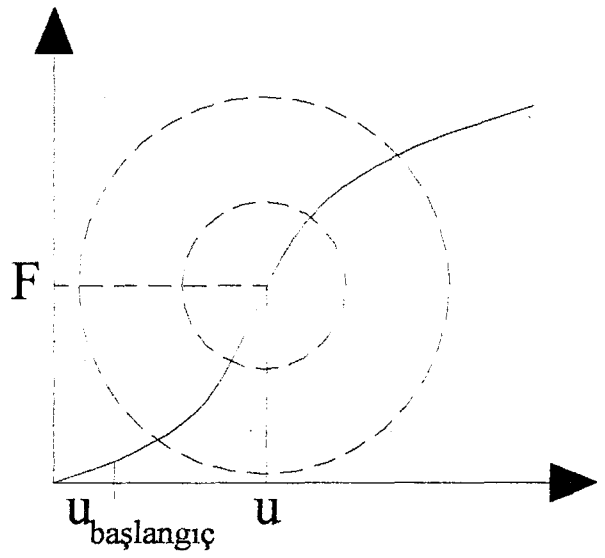
Eğer başlangıç konfigürasyonu yakınsama çemberi dışında ise bunu çember içerisine çekmek üzere çeşitli yollar kullanılabilir.

Bunlardan ilki yüklemenin asıl yükleme başlangıç noktasını yakalayacak şekilde adım adım arttırılmasıdır (Şekil 1.9).



Şekil 1.9. Adım Adım Yükleme ile Yakınsama

İkincisi ise yakınsama kriterleri ile oynayarak yakınsama çemberini büyütmektir (Şekil 1.10).



Şekil 1.10. Yakınsama Çemberinin Büyütülmesiyle Yakınsama

Genellikle bu iki yol beraber de kullanılabilirler. Genel bir kural direngenlikteki veya yüklemedeki ani değişiklikler yakınsama güçlüklerine neden olmaktadır. Daha iyi yakınsama sağlamak amacı ile yükler ya adım olarak yüklenmeli ya da çözüm zaman adımları küçültülmelidir.

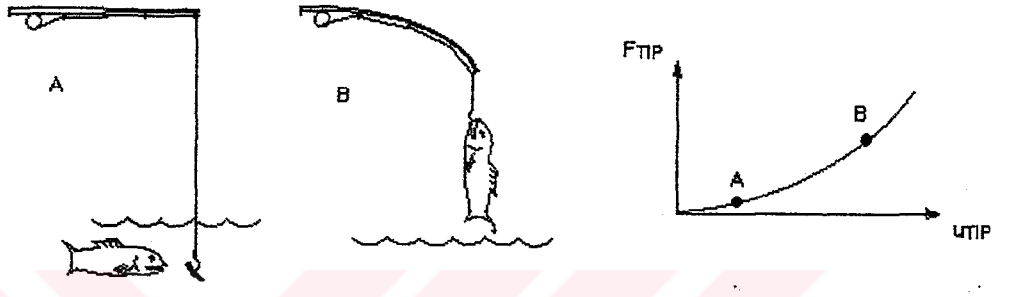
1.2. Yapıların Doğrusal Olmayan Davranışlarının Nedenleri

Temelde yapıların doğrusal olmayan davranışları üç ayrı kategoride incelenebilir:

- Geometriye bağlı doğrusal olmayan davranışlar (büyük gerinimler, büyük yer değiştirmeler, gerilme direngenliği vb.)
- Malzemeye bağlı doğrusal olmayan davranışlar (plastisite, hiper elastisite, sürünme vb.)
- Durum değişikliklerine bağlı doğrusal olmayan davranışlar (temas, eleman doğum ve ölümü vb.)

1.2.1. Geometriye Bağlı Doğrusal Olmayan Davranışlar

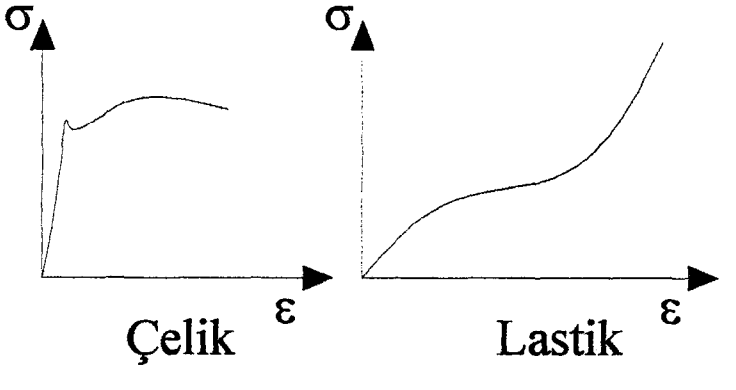
Eğer bir yapı büyük yer değiştirmelere maruz bırakılıyorsa bu yapının değişen geometrisi üzerinde doğrusal olmayan davranışlara neden olabilir. Örneğin bir balıkçı oltası yükün etkisi ile büyük bir yer değiştirmeye maruz bırakıldığında (büyük dönme) kıvrılan yapı moment kolunu kısalttığından yapı daha direngen bir davranış gösterecektir (Şekil 1.11).



Şekil 1.11. Geometriye Bağlı Doğrusal Olmayan Davranış

1.2.2. Malzemeye Bağlı Doğrusal Olmayan Davranışlar

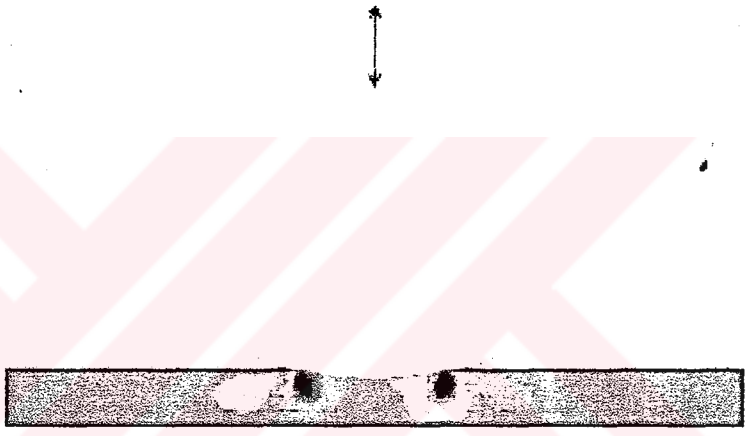
Doğrusal olmayan bir gerilme-gerinim ilişkisi yapıların malzemeye bağlı doğrusal olmayan davranışlarının genel bir nedenidir. Şekil 1.12 çelik ve lastik için gerilme-gerinim eğrilerini vermektedir.



Şekil 1.12. Çelik ve Lastik için Gerilme-Gerinim Eğrileri

1.2.3. Durum Değişikliklerine Bağlı Doğrusal Olmayan Davranışlar

Yapıların doğrusal olmayan davranışlarının nedenlerinden biri de direngenlikte ani değişikliklere neden olabilen durumdaki değişikliklerdir. Bir montajdaki iki parçanın birbirine temas etmesi veya talaş kaldırma esnasında iş parçası üzerinden kesici takım tarafından malzeme kaldırılması bu durumlara örnek olarak gösterilebilir. Şekil 1.13'te temasta olmayan iki cismin temasa geçmesi ile birlikte gerilme dağılımındaki değişim görülmektedir.



Şekil 1.13. İki Cismin Temasa Geçmesi ile Birlikte Gerilme Dağılımındaki Değişim

Elbette ki yapılar bu sayılan doğrusal olmayan davranışların hepsini aynı anda da taşıyabilmektedirler. Doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizlerinde şu sorunlara çözüm bulunmalıdır:

- Yakınsamanın sağlanması
- Doğruluk ve işlem yükü arasındaki ilişkinin optimizasyonu
- Doğrulama

1.3. Yapıların Doğrusal Olmayan Dinamik Davranışlarının Sonlu Elemanlar Metodu Kullanılarak Çözümü

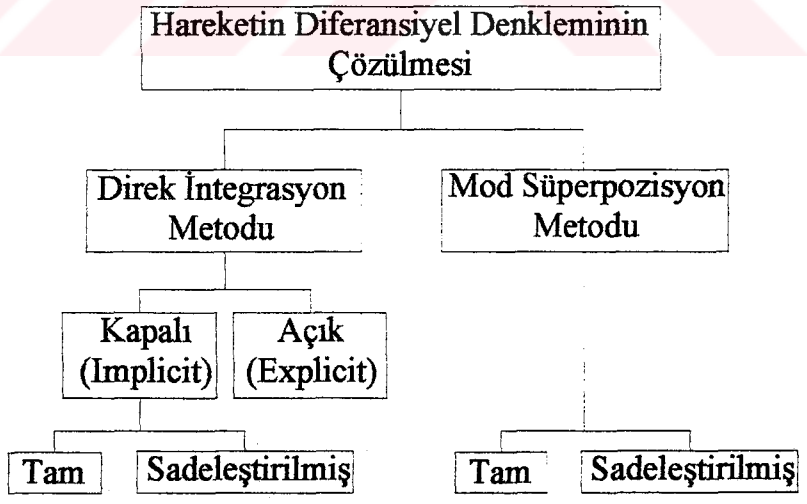
Yapıların hareketinin genel diferansiyel denklemini (Denklem (1.3)) çeşitli yükleme ve sınır şartları altında nümerik olarak çözmek üzere sonlu elemanlar metodu yoğun olarak kullanılmaktadır.

$$[M]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{F(t)\} \tag{1.3}$$

Bu eşitliği iki ayrı şekilde çözmek mümkündür.

- Mod süperpozisyon metodu
- Direk integrasyon metodudur

Bunlar Şekil 1.14'te gösterilmiştir:



Şekil 1.14. Hareket Denkleminin Çözüm Yöntemleri

1.3.1. Mod Süperpozisyon Metodu

Bu metod dinamik analizlerde kullanılan bir çözüm tekniğidir. Yapının dinamik cevabının modal analiz sonucu çıkarılan mod şekillerinin toplanmasıyla elde edilmesi esasına dayanır. Doğrusal dinamik analizlerin hızlı çözümünde kullanılır.

Hareketin diferansiyel denklemini dikkate alırsak, mod süperpozisyon metodu *u(t)*'yi yapının mod şekillerinin doğrusal bir kombinasyonu olduğunu varsayar:

$$u(t) = [\phi]\{y\} \tag{1.4}$$

burada, $[\Phi]$ mod şekillerinden oluşan bir matristir $[\Phi] = [\phi_1, \phi_2, \phi_3, \ldots \phi_\mu]$.

Hareketin diferansiyel denklemi $[\Phi]^T$ ile sadeleştirilirse:

$$[\Phi^T]M[\Phi]\{\ddot{y}\} + [\Phi^T]C[\Phi]\{\dot{y}\} + [\Phi^T]K[\Phi]\{y\} = [\Phi^T]f(t) \tag{1.5}$$

Bunun yanında mod şekillerinin simetrisinden:

$$[\Phi]_i^T M[\Phi]_j = [\Phi]_i^T C[\Phi_j] = [\Phi]_i^T K[\Phi_j] = 0,\ i \neq j \tag{1.6}$$

ve:

$$[\Phi]_j^T M[\Phi]_j = 1 \tag{1.7}$$

$$[\Phi]_j^T C[\Phi]_j = 2\xi_j \omega_j \tag{1.8}$$

$$[\Phi]_j^T K[\Phi]_j = \omega_j^2 \tag{1.9}$$

Bu problemi mod sayısını gösteren '*m*' ile temsil edilen tek serbestlik dereceli bir denklem sistemine dönüştürür:

$$\ddot{y}_j + 2\xi_j \omega_j \dot{y}_j + \omega_j^2 y_j = [\Phi]_j^T f(t) \tag{1.10}$$

Bu denklemlerin her biri $y_i(t)$ için çözülürse sonuç Denklem (1.11)'deki gibi bulunacaktır:

$$u(t) = \phi_1 y_1(t) + \phi_2 y_2(t) + \ldots + \phi_m y_m(t) = [\Phi]\{y\} \tag{1.11}$$

1.3.2. Direk İntegrasyon Metodu

Bu metodda, hareketin diferansiyel denklemi zaman ekseninde adım adım integre edilerek çözülür. Metodda çeşitli nümerik integrasyon algoritmaları kullanılır. Bunlardan bazıları şöyledir:

- Merkezi farklar
- Ortalama ivme
- Houbolt
- Wilson
- Newmark

En çok tercih edilen integrasyon yöntemlerinden biri olan Newmark hareketin diferansiyel denkleminin çözümüne uygulanırsa aşağıdaki bağıntılar elde edilir:

$$[M]\{\ddot{u}_{t+\Delta t}\} + [C]\{\dot{u}_{t+\Delta t}\} + [K]\{u_{t+\Delta 4}\} = \{F(t)\} \tag{1.12}$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t \Delta t + \left[(1/2 - \alpha)\ddot{u}_t + \alpha \ddot{u}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \tag{1.13}$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \left[(1-\delta)\ddot{u}_t + \delta \ddot{u}_{t+\Delta t} \right] \Delta t \tag{1.14}$$

burada α ve δ'nın farklı değerleri için bağıntı ortalama ivme, açık ve kapalı yöntemler arasında değişebilmektedir. Newmark yöntemi kapalı bir yöntemdir. Kullanılan integrasyon zaman adımları olan Δt'ler, yapının dinamik cevap frekansını, eğer kullanılmış ise temas algoritmasına ait frekansı, dalga yayılımı etkilerini, plastisite gibi doğrusal olmayan karakteristikleri yakalayabilmek için yeterince küçük seçilmelidir.

1.3.3. Mod Süperpozisyon ve Direk İntegrasyon Metodlarının Karşılaştırılması

Mod süperpozisyon ve direk integrasyon metodları arasındaki farklar Çizelge 1.1'deki gibi özetlenebilir:

Çizelge 1.1. Mod Süperpozisyon ve Direk İntegrasyon Metodları Arasındaki Farklar

Mod Süperpozisyon	Direk İntegrasyon
Hareketin denklemi bütünleşik değildir.	Hareketin denklemi bütünleşiktir.
Çözüm oldukça hızlıdır.	Çözüm zaman alıcı olabilir.
Sistemin cevabını bulmada birkaç mod yeterli ise verimlidir.	Birçok farklı problemde verimlidir.
Bir modal analizden gelecek özvektörlere gereksinim vardır.	Özvektörlere gereksinim yoktur.
Sadece doğrusal problemlerde kullanılır.	Zamana bağlı analizlerde doğrusal olmayan problemler çözülebilir.
Kaç adet moda gereksinim duyulacağını belirlemek zordur. Az sayıda mod iyi yer değiştirme değerleri verebilir ama gerilme değerlerinde sorun yaşanabilir.	Çıkarılacak mod sayısını belirlemektense çözüm zaman adımı büyüklüğünü Δt belirlemek daha kolaydır.

1.3.4. Kapalı ve Açık (Implicit-Explicit) Zaman İntegrasyonu Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Zamana bağlı dinamik analizlerin çözümünde hem kapalı ve hem de açık zaman integrasyonu metodları kullanılabilir. Bu metodlar arasındaki farklar özetle şöyledir:

Çizelge 1.2. Kapalı ve Açık Zaman İntegrasyonu Metodları Arasındaki Farklar.

Kapalı Zaman İntegrasyonu	Açık Zaman İntegrasyonu
Matrisin tersini almak gerekir.	Matrisin tersini almak gerekmez.
Ortalama ivme ve yer değiştirmeler $t+\Delta t$ zamanında hesaplanır: $\{u_{t+\Delta t}\}=[K]^{-1}\{F^a_{t+\Delta t}\}$	Merkezi farklar metodu kullanılarak ivmeler t zamanında hesaplanır: $\{a_t\}=[M]^{-1}\left([F_t^{ext}]-[F_t^{int}]\right)$ ki buradan hızlar ve yer değiştirmeler $\{v_{t+\Delta t/2}\}=\{v_{t-\Delta t/2}\}+\{a_t\}\Delta t_t$ $\{u_{t+\Delta t}\}=\{u_t\}+\{v_{t+\Delta t/2}\}\Delta t_{t-\Delta t/2}$ olur ki burada, $\Delta t_{t+\Delta t/2}=0.5(\Delta t_t+\Delta t_{t+\Delta t})$ ve $\Delta t_{t-\Delta t/2}=0.5(\Delta t_t-\Delta t_{t+\Delta t})$
Doğrusal olmayan bağıntılar dengeleme için iteratif çözüm gerektirir (yakınsama problemleri vardır).	Doğrusal olmayan problemleri rahatlıkla çözebilir (yakınsama problemleri yoktur).
İntegrasyon zaman adımı Δt büyük tutulabilir ancak yakınsama problemleri göz önünde bulundurulmalıdır.	İntegrasyon zaman adımı Δt kritik zaman adımından küçük olmalıdır: $\Delta t \le \Delta t^{crit}=\frac{2}{\omega_{max}}$
Δt'nin küçük olmasını gerektiren durumlar dışında oldukça verimlidir.	İntegrasyon zaman adımı Δt küçük olmak durumundadır (genellikle $1x10^{-6}$ saniye civarındadır).
Genellikle atalet etkileri hesaba katılmaz.	Dalga yayılımı, şok yüklemeler, ve metal şekillendirme gibi yüksek dereceden doğrusal olmayan kısa süreli problemler için faydalıdır.

2. AÇIK (EXPLİCİT) SONLU ELEMANLAR METODU

LS-DYNA, yapıların doğrusal olmayan davranışlarını yakalamak için yer değiştirme esasına dayalı, Lagrange, merkezi farklarla çalışan bir sonlu elemanlar formülasyonu kullanır. Bu formülasyon potansiyel enerji eşitliğini belirlemede Cauchy'nin birinci hareket kanununu ve virtüel iş prensibini esas alır. Potansiyel enerji denklemi öncelikle sonlu elemanlar ağı ve şekil fonksiyonlarıyla uzayda diskritize edilir. Daha sonra hareketin dinamik denklemlerini çıkarabilmek için açık (explicit) merkezi farklar metodu kullanılarak zaman içerisinde diskritize edilir. Bu metodun ayrıntıları referanstan ve LS-DYNA teori el kitabından da takip edilebilir [Bathe, 1996 ve Hallquist, 1997].

2.1. Lagrange Formülasyonu

Doğrusal olmayan 3 boyutlu dinamik problemlerin çözümü dış yüklerin etkisi altında kalan bir cismin deformasyon geometrisini bularak gerçekleştirilir. Bu amaçla, cisim içerisindeki her partikül x_i (i=1,2,3) gibi 3 koordinat değeri ile temsil edilir. Bu koordinatlar partikülün o anki uzaydaki konumunu gösterir. Lagrange formülasyonunda, mevcut koordinatlar bağımlı değişkenler, orijinal koordinatlar (t=0 anındaki) ise bağımsız değişkenlerdir. Sonuç olarak, her partikülün o anki koordinatları, partikülün ilk koordinatları, X_i ve o anki zaman t cinsinden ifade edilir:

$$x_i = x_i(X_i, t) \tag{2.1}$$

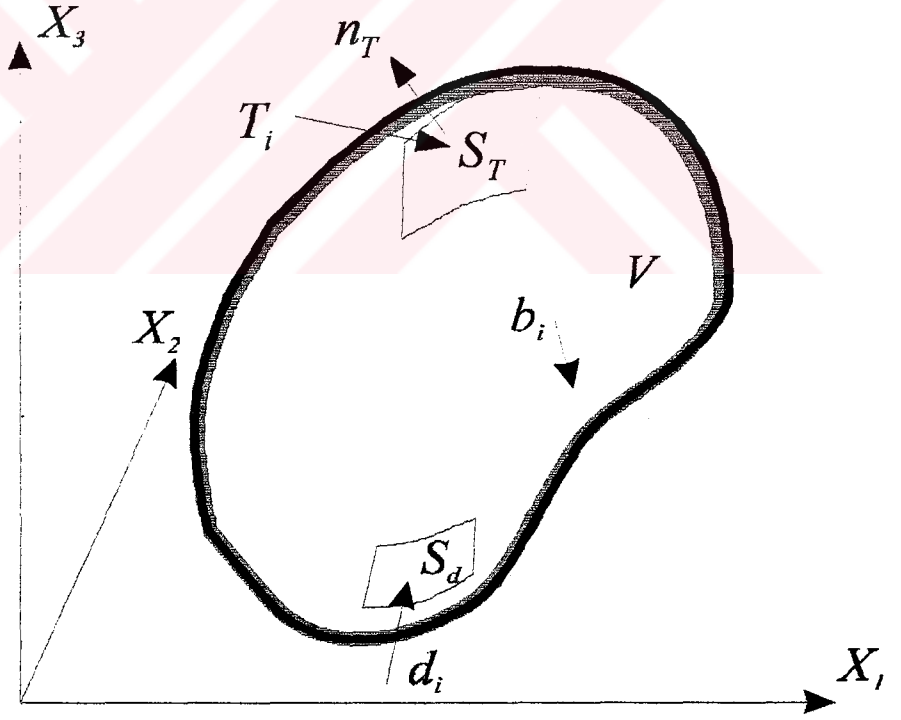
$t = 0$ anında, ilk ve mevcut koordinatlar, hızlar ve ivmeler şöyle hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} x_i(X_i, 0) &= X_i \\ \dot{x}_i(X_i, 0) &= V_i \\ \ddot{x}_i(X_i, 0) &= A_i \end{aligned} \tag{2.2}$$

burada, V_i ve A_i partikülün ilk hızlarını ve ilk ivmelerini göstermektedir. (˙) ve (¨) simgeleri zamana göre birinci ve ikinci türevleri göstermektedir. $\dot{x}_i$ partikülün mevcut hızlarını ve $\ddot{x}_i$ mevcut ivmelerini göstermektedir.

2.1.1. Virtüel İş Prensibi

Bu bölümde, 3 boyutlu genel bir problem için virtüel iş denklemi çıkarılmıştır. Bu denklem daha sonra sonlu elemanlar denklemlerinin çıkarılmasında kullanılacaktır. Şekil 2.1'de sabit (Lagrange) uzayında bulunan 3 boyutlu bir cisim görülmektedir. Cisim S_T dış yüzeyinin bir bölümünden $T_i(t)$ zorlama kuvvetlerine (birim alana etkiyen kuvvetler), S_d yüzeyi boyunca tanımlı $d_i(t)$ yer değiştirmesine ve tüm V hacmi üzerinde etkin $b_i(t)$ dış kuvvetlerine (birim hacim üzerinde etkin kuvvetler) maruz kalmaktadır.



Şekil 2.1. Lagrange Uzayında Bulunan 3 Boyutlu Cisim.

Bu problemin çözümü şu şartları da sağlamalıdır:

$\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho \ddot{x}_i = 0$ cismin V hacmi üzerinde (2.3)

$\sigma_{ij} n_j = T_i$ zorlama yüzeyi S_T üzerinde (2.4)

$x_i = d_i$ yer değiştirme yüzeyi S_d üzerinde (2.5)

burada, σ_{ij} Cauchy gerilme tensörünü, ρ malzemenin o anki yoğunluğunu ve n_j S_T zorlama yüzeyine normal doğrultuda olan birim dış vektörü ifade eder. Denklem (2.3) Cauch'nin birinci hareket kanunudur. Denklem (2.4) S_T yüzeyi üzerinde her bir partikül için sağlanması gereken zorlama sınır şartlarının denklemidir. Denklem (2.5) S_d yüzeyi üzerinde sağlanması gereken yer değiştirme sınır şartıdır. Bu denklemler problemi güçlü (strong) formda ifade eder; yani diferansiyel denklemler cisim üzerindeki ve yüzeylerdeki her noktada sağlanmalıdır. Problemi sonlu elemanlar metodu kullanarak nümerik olarak çözmek için problem zayıf (weak) formunda tanımlanır. Zayıf formda, şartlar cisim üzerindeki her noktada sağlanmak zorunda değildir, bunun yerine şartlar ortalama ve toplam bir kanıya cevap verecek şekilde saptanır.

Zayıf formun kullanımının sonlu elemanlar çözümünün doğruluğu üzerinde bir sınırlaması olmayacaktır. Virtüel iş prensibinin kullanımından görüleceği üzere zayıf form ve kuvvetli form bağıntıları eşdeğerdir.

Şekil 2.1'de gösterilen genel problemin zayıf form denklemi virtüel iş prensibinden çıkarılmıştır. S_d üzerindeki yer değiştirme sınır şartını sağlayan rastgele bir virtüel yer değişimi δx_i bulunmuştur. Denklem (2.3)'ü virtüel yer değişimi ile çarpar ve cismin hacmi üzerinde integre edersek:

$$\int_V \left(\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho \ddot{x}_i\right) \delta x_i \, dV = 0 \tag{2.6}$$

Denklem (2.6)'ya göre, parantezler arasında kalan ifadenin, geçerli herhangi bir virtüel yer değiştirme için, sıfıra eşit olması gerekir. Böylece Denklem (2.6) Denklem (2.3)'e eşdeğerdir. Türevin özelliklerinden birini kullanarak:

$$(\sigma_{ij}\delta x_i)_{,j} = \sigma_{ij,j}\delta x_i + \sigma_{ij}\delta x_{i,j} \tag{2.7}$$

ve Denklem (2.6)'daki ilk bileşende yerine koyarak:

$$\int_V \left((\sigma_{ij}\delta x_i)_{,j} - \sigma_{ij}\delta x_{i,j} + \rho b_i \delta x_i - \rho \ddot{x}_i \delta x_i\right) dV = 0 \tag{2.8}$$

Gauss teoremi olarak bilinen ıraksama teoreminden, Denklem (2.8)'deki ilk bileşen şöyle ifade edilebilir:

$$\int_V (\sigma_{ij}\delta x_i)_{,j}\, dV = \int_{S_T} (\sigma_{ij}\delta x_i) n_j dS \tag{2.9}$$

Zorlama yüzeyinin sınırlarını kullanarak Denklem (2.4) ve (2.9) şöyle yazılabilir:

$$\int_V (\sigma_{ij}\delta x_i)_{,j}\, dV = \int_{S_T} T_i \delta x_i dS \tag{2.10}$$

Gerilme tensörü simetrik olduğundan, Denklem (2.8)'deki ikinci bileşen şöyle yazılır:

$$\begin{aligned} \int_V \sigma_{ij}\delta x_{i,j}\, dV &= \int_V \tfrac{1}{2}(\sigma_{ij}\delta x_{i,j} + \sigma_{ji}\delta x_{j,i}) dV \\ &= \int_V \sigma_{ij}\, \tfrac{1}{2}(\delta x_{i,j} + \delta x_{j,i}) dV \\ &= \int_V \sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij}\, dV \end{aligned} \tag{2.11}$$

burada, $\delta\varepsilon_{ij}$ virtüel yer değişimini δx_i veren virtüel gerinim tensörüdür. Denklem (2.10) ve (2.11)'i Denklem (2.8)'de yerine koyarsak:

$$-\int_V \rho \ddot{x}_i \delta x_i dV - \int_V \sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij} dV + \int_V \rho b_i \delta x_i dV + \int_{S_T} T_i \delta x_i dS = 0 \tag{2.12}$$

Denklem (2.2) Şekil 2.1'de tanımlanan genel bir üç boyutlu problem için yazılabilecek bir virtüel iş prensibi ifadesidir.

2.1.2. Diskritizasyon Uzayı

Sonlu elemanlar denklemlerini çıkarmak için bir sonraki adım uzayın bölünmesidir. Bu, cismin karmaşık şeklini eleman adı verilen daha basit şekillere bölerek elde edilir. Elemanlar birbirine köşelerindeki düğüm noktalarından bağlıdırlar. Düğüm noktaları ve elemanlar sonlu eleman ağını oluşturur. Yer değiştirme alanının sonlu eleman ağı boyunca sürekliliğini sağlamak amacıyla enterpolasyon fonksiyonları (şekil fonksiyonları olarak ta bilinirler) kullanılırlar. Bu şekil fonksiyonları eleman içerisindeki noktaların yer değiştirmesi ile düğüm noktalarının yer değiştirmesi arasında bir ilişki kurar:

$$\delta x_i = \sum_{\alpha=1}^{n} N_\alpha \delta x_{\alpha i} \tag{2.13}$$

burada, δx_i'ler eleman içindeki bir noktanın yer değiştirmeleri, n elemandaki düğüm noktası sayısı, N_α, α düğüm noktasındaki şekil fonksiyonu ve $\delta x_{\alpha i}$, α düğüm noktasındaki yer değiştirmelerdir.

Benzer ifadeler eleman içindeki bir noktanın koordinatları, hızları ve ivmeleri için de yazılabilir:

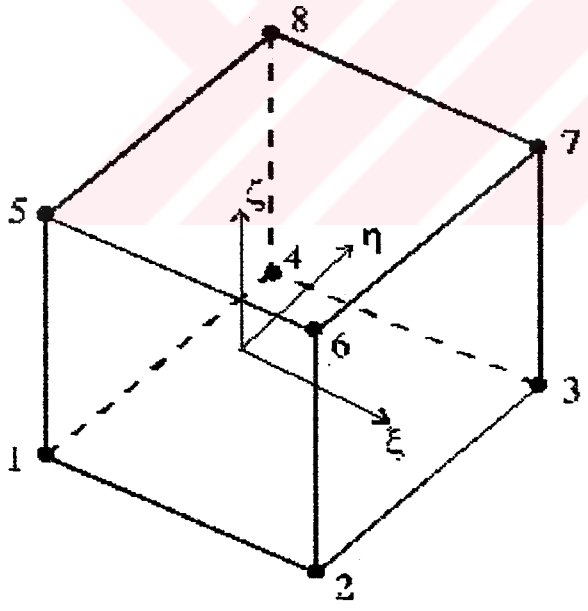
$$\begin{aligned} x_i &= \sum_{\alpha=1}^{n} N_\alpha x_{\alpha i} \\ \dot{x}_i &= \sum_{\alpha=1}^{n} N_\alpha \dot{x}_{\alpha i} \\ \ddot{x}_i &= \sum_{\alpha=1}^{n} N_\alpha \ddot{x}_{\alpha i} \end{aligned} \tag{2.14}$$

burada, $x_{\alpha i}$, $\dot{x}_{\alpha i}$ ve $\ddot{x}_{\alpha i}$, α düğüm noktasının sırasıyla yer değiştirmeleri, hızları ve ivmeleridir. Genellikle, şekil fonksiyonları herhangi bir noktadaki herhangi bir fonksiyonun değerini, onun düğüm noktasındaki değerini bilmesi durumunda, tahmin

edebilir. Tahminin doğruluğu şekil fonksiyonuna ve fonksiyonun derecesine bağlıdır. Şekil 2.2 üç boyutlu sekiz düğüm noktalı katı bir elemanın izoparametrik fonksiyonunu göstermektedir. Elemanın merkezinde lokal bir koordinat merkezi (ξ,η,ζ) yaratılır. Eleman içindeki herhangi bir nokta, her üç doğrultuda da -1 ila +1 arasında değişen lokal koordinatlara sahiptir. Düğüm noktalarının lokal koordinatları Şekil 2.2'de görüldüğü gibi -1 ila +1'dir. Sekiz düğüm noktalı katı elamanın izoparametrik şekil fonksiyonları şöyle ifade edilebilir.

$$N_\alpha = \frac{1}{8}(1-\xi\xi_\alpha)(1-\eta\eta_\alpha)(1-\zeta\zeta_\alpha) \tag{2.15}$$

burada, (ξ,η,ζ) eleman içindeki bir noktanın lokal koordinatlarıdır, $(\xi_\alpha,\eta_\alpha,\zeta_\alpha)$, α düğüm noktasındaki koordinatlardır, ve N_α, α düğüm noktasındaki şekil fonksiyonudur. Şekil fonksiyonları için benzer ifadeler kabuk ve kiriş elemanlar gibi başka eleman tipleri için de çıkartılabilir.



Düğüm Noktası α	ξ_α	η_α	ζ_α
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	1	1	-1
4	-1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	1	1	1
8	-1	1	1

Şekil 2.2. 8 Düğüm Noktalı İzoparametrik Elemanın Şekil Fonksiyonları.

Sonlu eleman bağıntıları Denklem (2.12)'de verilen virtüel iş denklemini uzayda diskritize ederek bulunur. Bu, yaklaşık virtüel iş denklemini, sistemdeki her

elemanın potansiyel enerjilerin toplamı olarak yazılmasıyla elde edilir. Denklem (2.11) dikkate alınarak, Denklem (2.12) şöyle yazılabilir:

$$\sum_{m=1}^{M}\left\{\int_{V_m}\rho\,\ddot{x}_i\,\delta x_i dV_m+\int_{V_m}\sigma_{ij}\delta x_{i,j}dV_m-\int_{V_m}\rho b_i\,\delta x_i dV_m-\int_{S_T}T_i\delta x_i dS_m\right\}=0 \tag{2.16}$$

burada, M sistemdeki toplam eleman sayısıdır, V_m elemanın hacmidir. Daha sonra, virtüel yer değiştirmeler, δx_i, ve ivmeler $\ddot{x}_i$, Denklem (2.13) ve (2.14)'deki enterpolasyonlarla değiştirilir:

$$\begin{aligned}\sum_{m=1}^{M}\Bigg\{&\int_{V_m}\rho\,(N_\beta\ddot{x}_{\beta i})(N_\alpha\delta x_{\alpha i})dV_m+\int_{V_m}\sigma_{ij}(N_{\alpha,j}\delta x_{\alpha i})dV_m\\&-\int_{V_m}\rho b_i(N_\alpha\delta x_{\alpha i})dV_m-\int_{S_T}T_i(N_\alpha\delta x_{\alpha i})dS_m\Bigg\}=0\end{aligned} \tag{2.17}$$

burada, $\delta x_{\alpha i}$ ve $\ddot{x}_{i\alpha}$ sırasıyla virtüel yer değiştirmeler ve düğüm noktalarındaki ivmelerdir. Düğüm noktalarındaki virtüel yer değiştirmeler, $\delta x_{\alpha i}$, sabit değerlerdir ve integral dışına alınabilirler. Ayrıca, Denklem (2.16) sadece küçük virtüel yer değiştirmeler için geçerli olduğundan, $\delta x_{\alpha i}$ denklem dışına alınabilir.

$$\begin{aligned}\sum_{m=1}^{M}\Bigg\{&\int_{V_m}\rho N_\alpha N_\beta\ddot{x}_{\beta i}\,dV_m+\int_{V_m}N_{\alpha,j}\sigma_{ij}dV_m\\&-\int_{V_m}N_\alpha\rho b_i dV_m-\int_{S_T}N_\alpha T_i dS_m\Bigg\}=0\end{aligned} \tag{2.18}$$

Denklem (2.18) şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned}\sum_{m=1}^{M}\left\{\int_{V_m}\rho N_\alpha N_\beta dV_m\right\}\ddot{x}_{\beta i}=&\sum_{m=1}^{M}\int_{V_m}N_\alpha\rho b_i dV_m\\&+\sum_{m=1}^{M}\int_{S_T}N_\alpha T_i dS_m-\sum_{m=1}^{M}\int_{V_m}N_{\alpha,j}\sigma_{ij}dV_m\end{aligned} \tag{2.19}$$

Matris formunda, Denklem (2.19) sadeleştirilirse:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{x}}\}=\{\mathbf{F}\} \tag{2.20}$$

burada, [**M**] kütle matrisi, $\{\ddot{\mathbf{x}}\}$ ivme vektörü ve {**F**} tüm iç ve dış kuvvetlerin vektörel toplamıdır. [**M**] kütle matrisi şöyle ifade edilebilir:

$$[\mathbf{M}]=\sum_{m=1}^{M}\int_{V_m}\rho N^t N\, dV_m \tag{2.21}$$

2.1.3. Zaman Diskritizasyonu

Denklem (2.20) hareketin sonlu eleman denklemidir ve zamana göre çözülmesi gerekmektedir. Dinamik doğrusal olmayan sonlu eleman problemlerinin çözümüne direk integrasyon metodlarıyla ulaşılabilir. Direk integrasyon metodlarında, sonlu eleman denklemlerinin çözümü sırasında zaman içerisinde bütün noktalar yerine bazı parça (discrete) noktalardaki çözümler aranır. Parça formunda, Denklem (2.20)'deki sonlu eleman denklemi şöyle yazılabilir:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{x}}\}_n=\{\mathbf{F}\}_n \tag{2.22}$$

burada, $\{\ddot{\mathbf{x}}\}_n$, t_n anındaki bir noktanın ivme vektörüdür ve $\{\mathbf{F}\}_n$, t_n anındaki tüm iç ve dış kuvvet vektörlerinin toplamıdır. Zaman içinde iki ardışık zaman aralığı noktası (t_n ve t_{n+1}) zaman adımı (Δt_n) olarak adlandırılır ($\Delta t_n = t_{n+1}-t_n$). Zaman adımının çözümün doğruluğu üzerinde büyük bir etkisi vardır.

LS-DYNA'daki formülasyon sonlu eleman denkleminin zaman içindeki diskritizasyonu için merkezi farklar açık (explicit) metodu kullanır. Bu formülasyonda, hız vektörü zaman adımlarının yarısında hesaplanır. Başka bir ifade ile, yer değiştirme ve ivme vektörleri $t1$,..., t_n, t_{n+1} ,...,t_f (burada t_f problemin bitiş zamanıdır) zamanlarında hesaplanırken hız vektörü $t_{1/2}$,...$t_{n-1/2}$,$t_{n+1/2}$,...,$t_{f-1/2}$ zamanlarında hesaplanır. Metod yer değiştirmelerin, $t0$ zamanındaki ivmelerin ve $t-1/2$ anındaki ($t0$ anından yarım zaman adımı önceki) hızların başlangıç değerlerinin

tahmin edilmesi ile başlar. Çözüm aşağıdaki merkezi farklar bağıntılarını kullanarak adım adım elde edilir.

$$\dot{\mathbf{x}}_{n+\frac{1}{2}} = \dot{\mathbf{x}}_{n-\frac{1}{2}} + \ddot{\mathbf{x}}_n \, \Delta t_n \tag{2.23}$$

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \dot{\mathbf{x}}_{n+\frac{1}{2}} \, \Delta t_{n+\frac{1}{2}} \tag{2.24}$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_{n+1} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}_{n+1} \tag{2.25}$$

$$\Delta t_{n+\frac{1}{2}} = \tfrac{1}{2}(\Delta t_n + \Delta t_{n+1}) \tag{2.26}$$

Bir önceki çevrim olan $t_{n-1/2}$ anındaki hız vektöründen, t_n anındaki yer değiştirme ve ivme vektörleri hesaplanır. Bir önceki çevrimdeki bilgiden şu anki (t_{n+1}) çevrimdeki çözümü bulmak için faydalanılır. Öncelikle, Denklem (2.23)'ten $t_{n+1/2}$ anındaki hız vektörü hesaplanır. Bu vektör daha sonra Denklem (2.24)'te t_{n+1} anındaki yer değiştirme vektörünü hesaplamak için kullanılır. Daha sonra, model içerisindeki her bir elemanın gerilme ve gerinim değerleri hesaplanıp gerilmelerden türetilen iç kuvvetler bulunur. Sonrasında, düğüm noktalarının serbestlik derecelerindeki iç ve dış kuvvetler, kuvvet vektörünü elde edebilmek için toplanır. t_{n+1} anındaki ivme vektörü Denklem (2.25)'teki kuvvet vektörü kullanılarak bulunur. Son adım $\Delta t_{n+1/2}$ zaman adımının Denklem (2.26)'yı ve Δt_{n+1} zaman adımını kullanarak hesaplanmasıdır.

Merkezi farklar metodunun doğruluğu Δt^2'inci derecedendir. Zaman adımı çok küçük olduğundan (genellikle zaman adımları 10^{-6} saniye civarındadır), zaman integrasyonu metodundan gelen hata, zaman adımları kararlılık şartını sağladığı sürece çok küçüktür.

2.2. Zaman Adımı Kriteri

Açık (explicit) dinamik sonlu eleman analizlerinde zaman adımlarının seçimi kritik öneme sahiptir. Büyük bir zaman adımı çözümü kararsızlığa sürüklerken küçük bir zaman adımı hesap maliyetlerini oldukça arttırır. Bu nedenle, kritik zaman adımı

doğru bir şekilde bulunmalıdır. Kritik zaman adımı açık (explicit) metodun kararlılık şartlarını sağlamalıdır, örneğin zaman adımı gerilme dalgasının her zaman adımı döngüsünde birden fazla eleman üzerinden geçmesini önleyecek kadar küçük seçilmelidir. Bu Courant kriteri kullanılarak yapılabilir:

$$\Delta t_e = \frac{l}{c} \tag{2.27}$$

burada, Δt_e model içerisindeki bir eleman için kritik zaman adımıdır, l kritik uzunluktur (eleman içerisindeki en kısa kenardır) ve c dalga hızıdır. Tek boyutlu elemanlar için c dalga hızı şöyle hesaplanabilir:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{2.28}$$

burada, E ve ρ sırasıyla malzemenin elastisite modülü ve yoğunluğudur. Dalga hızının benzer ifadeleri iki ve üç boyutlu elemanlar için de yazılabilir. Denklem (2.27) ve (2.28) birleştirilerek çubuk eleman için zaman adımı şöyle bulunur:

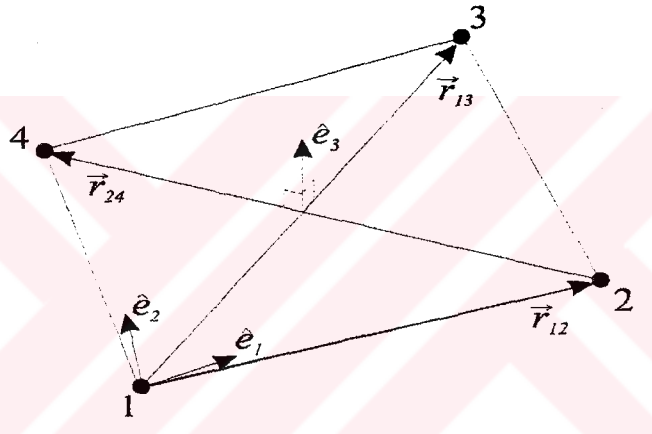
$$\Delta t_e = l\sqrt{\frac{\rho}{E}} \tag{2.29}$$

Modeldeki elemanlardan en küçük zaman adımına sahip olan elemanın zaman adımı değeri her zaman adımı döngüsünde sistemin zaman adımı olarak alınır.

2.3. Kabuk Eleman Formülasyonu

LS-DYNA içerisinde en fazla kullanılan eleman formülasyonlarından biri kabuk elemandır. Kabuk elemanlardaki kabul bunların kalınlığının dış ölçülerine göre çok küçük olduğuna dayanır ve bu da düzlem gerilme şartlarını getirir ki, bu normal doğrultuda gerilmenin sıfıra gitmesidir. Bu bölümde kabuk eleman için Belytschko-Tsay formülasyonu verilmiştir. Göreceli olarak bu formülasyonun düşük hesap maliyeti getirmesi ve hassasiyeti bu eleman formülasyonunun LS-DYNA sonlu eleman analizlerinde çok kullanılmasını sağlamıştır.

Belytschko-Tsay'ın diğer kabuk formülasyonları üzerindeki avantajları eleman ile birlikte dönen koordinat sistemi (co-rotational) ve hız-gerinim formülasyonlarından ileri gelmektedir. Bu iki yaklaşım formülasyonu sadeleştirip hesap maliyetlerini önemli ölçüde azaltmaktadır. Bu iki yaklaşımı yerleştirebilmek için, eleman içine eleman ile birlikte dönen koordinat sistemi gömülmüştür. Koordinat sisteminin birim vektörleri ($\hat{e}1$, $\hat{e}2$, $\hat{e}3$) elemanı tanımlayan dört düğüm noktasının koordinatlarından belirlenir. Birim vektörler her zaman adımı döngüsünde o anki düğüm noktalarının koordinatlarını kullanarak güncellenir, böylece koordinat sistemi elemanla beraber dönmüş olur. Döndürülmüş koordinat sistemi öncelikle Şekil 2.3'deki gibi elemanın iki ana köşegeninin vektör normali bulunarak yaratılır.



Şekil 2.3. Döndürülmüş Koordinat Sistemi

$\hat{e}3$'ü elemanın köşegenine dik bir normal birim vektör olarak alırsak, şöyle ifade edilir:

$$\hat{e}_3 = \frac{\vec{r}_{13} \times \vec{r}_{24}}{\left\| \vec{r}_{13} \times \vec{r}_{24} \right\|} \tag{2.30}$$

burada, $\vec{r}_{13}$ 1 ve 3 düğüm noktaları arasındaki vektörü, $\vec{r}_{24}$ 2 ve 4 düğüm noktaları arasındaki vektörü göstermektedir. $\hat{e}1$ normal birim vektörü, $\vec{r}_{12}$ vektörüne (1 ve 2 düğüm noktaları arasındaki vektörü) en yakın vektör olarak seçilir ve $\hat{e}3$'e normaldir.

$$\hat{e}_1 = \frac{\vec{r}_{12} - (\vec{r}_{12}.\hat{e}_3)\hat{e}_3}{\left\|\vec{r}_{12} - (\vec{r}_{12}.\hat{e}_3)\hat{e}_3\right\|} \tag{2.31}$$

$\hat{e}2$ birim vektörü, ($\hat{e}1$, $\hat{e}2$, $\hat{e}3$) sağ el kuralına uyan kartezyen bir koordinat sistemi oluşturacak şekilde alınır.

$$\hat{e}_2 = \hat{e}_3 \times \hat{e}_1 \tag{2.32}$$

Bu vektörler elemanların global ve lokal koordinatları arasında matris geçişleri yapabilmek için kullanılır.

Eğer elemanın dört düğüm noktası da başlangıçta aynı düzlemde ise, $\hat{e}3$ normal birim vektörü kabuğun lif doğrultusuna uyumlu olacak ve, $\hat{e}1$ ve $\hat{e}2$ birim vektörleri elemanın bulunduğu düzlemde bulunacaktır. Eleman deforme oldukça, $\hat{e}3$ normal birim vektörünün doğrultusu değişip kabuğun lif doğrultusundan ayrılabilir. Formülasyon bu değişimin küçük olduğunu varsayar. Başka bir değişle, malzemenin dönmesi ile lokal koordinat sisteminin dönmesi arasındaki farkın küçük olması gerektiği varsayılır. Az dönme şartı elemanın katı cisim dönüşüne bir sınır koymaz, ancak, bu şart ihlal edilmediği taktirde sonlu dönme oluşabilir. Bu sınır, genelde mühendislik problemlerinde küçük değerlerde olan düzlem içinde olan deformasyonlar içindir.

Mindlin kabuk teorisi kullanılarak, kabuk içerisindeki herhangi bir noktadaki yer değiştirmeler düğüm noktalarındaki yer değiştirmeler ve dönmeler olmak üzere iki bileşene ayrılabilir. Düğüm noktalarındaki yer değiştirme bileşenleri orta yüzeyin (referans yüzey) yer değiştirmelerini gösterirken, düğüm noktalarındaki dönmeler benzer şekilde eleman liflerinin dönmesini gösterir. Benzer şekilde, hızı yer değiştirme ve dönme bileşenleri içinde yerine koyarsak:

$$\upsilon = \upsilon^m + z\hat{e}_3 \times \theta \tag{2.33}$$

Denklem (2.33.)'te υ^m kabuğun orta yüzeyindeki hız vektörüdür, θ açısal hız vektörüdür ve z elemanın orta yüzeyi ile nokta arasındaki mesafedir. Denklem (2.33)

döndürülmüş lokal koordinat sisteminde yazılmıştır. Küçük gerinim teorisinden, hız-gerinim (deformasyon hızı) ilişkisi, hızlar cinsinden şöyle ifade edilebilir:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \upsilon_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \upsilon_j}{\partial x_i}\right) \tag{2.34}$$

Denklem (2.33)'ten Denklem (2.34)'e hızları yerine koyarsak, döndürülmüş lokal koordinat sisteminde hız-gerinim ilişkisi şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned}
\dot{\varepsilon}_{11} &= \frac{\partial \upsilon_1^m}{\partial x_1} + z\frac{\partial \theta_2}{\partial x_1} \\
\dot{\varepsilon}_{22} &= \frac{\partial \upsilon_2^m}{\partial x_2} - z\frac{\partial \theta_1}{\partial x_2} \\
\dot{\varepsilon}_{12} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \upsilon_1^m}{\partial x_2} + \frac{\partial \upsilon_2^m}{\partial x_1} + z\frac{\partial \theta_2}{\partial x_2} - z\frac{\partial \theta_1}{\partial x_1}\right) \\
\dot{\varepsilon}_{23} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \upsilon_3^m}{\partial x_2} - \theta_1\right) \\
\dot{\varepsilon}_{13} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \upsilon_3^m}{\partial x_1} + \theta_2\right)
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Orta yüzey hızları υ_i^m ve açısal hızlar θ_i şekil fonkssiyonları kullanılarak düğüm noktalarındaki kendi değerleri cinsinden şöyle ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}
\upsilon_i^m &= N_\alpha \upsilon_{i\alpha} \qquad i = 1,2,3 \\
\theta_i &= N_\alpha \theta_{i\alpha} \qquad i = 1,2
\end{aligned} \tag{2.36}$$

burada,

$$N_\alpha = \tfrac{1}{4}(1+\xi\xi_\alpha)(1+\eta\eta_\alpha) \tag{2.37}$$

Elemanın ortasında tek bir hesap (quadrature) noktası kullanılarak ($\xi = \eta = 0$) ve Denklem (2.36)'yı Denklem (2.35)'te yerine koyarak, hız-gerinim düğüm noktası ilişkisi şöyle düzenlenebilir:

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_1} \upsilon_{1\alpha} + z \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_1} \theta_{2\alpha}$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_2} \upsilon_{2\alpha} - z \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_2} \theta_{1\alpha}$$

$$\dot{\varepsilon}_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial N_\alpha}{\partial x_2} \upsilon_{1\alpha} + \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_1} \upsilon_{2\alpha} + z \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_2} \theta_{2\alpha} - z \frac{\partial N_\alpha}{\partial x_1} \theta_{1\alpha} \right) \qquad (2.38)$$

$$\dot{\varepsilon}_{23} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial N_\alpha}{\partial x_2} \upsilon_{3\alpha} - N_\alpha \theta_{1\alpha} \right)$$

$$\dot{\varepsilon}_{13} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial N_\alpha}{\partial x_1} \upsilon_{3\alpha} + N_\alpha \theta_{2\alpha} \right)$$

Kabuk elemanın 1-2 düzleminde tek bir hesap noktası kullanılmasına rağmen, elemanın kalınlığı doğrultusunda iki veya daha fazla integrasyon noktası kullanılmıştır.

Eleman yüzünde tek bir integrasyon noktası kullanılmasının bir sonucu kum saati etkisidir. Şekil 2.4 yetersiz integrasyona maruz bir kabuk elemanın beş değişik kum saati modunu göstermektedir. Bu kum saati modları gerinim enerjisi üretmediklerinden bu olaya "sıfır enerji" modu da denir. Sistemde bu deformasyonları önleyecek hiç bir kuvvet yoktur. Kum saati etkisi kontrolü olmasa, yanlış sonuçlara neden olacak şekilde gerçek deformasyon değerlerinden daha büyük kum saati etkisi deformasyonları ile karşılaşılabilir. Kum saati etkisi deformasyonlarını önlemek amacıyla bir çok metod geliştirilmiştir. Bunlardan en çok kullanılan ikisi vizkoz kum saati kontrolü (viscous hourglass control) ve direngenlik kum saati kontrolü (stiffness hourglass control) metodlarıdır. İki metod ta kum saati etkisini deformasyon yönünün tersi yönde düğüm noktalarına kuvvet uygulayarak engellemeye çalışır. Vizkoz kontrolde kuvvetler kum saati etkisi hızlarına göre bir orana sahipken, direngenlik kontrolünde kuvvetler kum saati deformasyonlarına göre bir orana sahiptir. Vizkoz kontrol kum saati etkilerini yok etmezken bunların büyümesini engeller. Direngenlik kontrolü etki bitene kadar kuvvet uygulanacağından kum saati etkilerini tamamen yok eder. Bunun yanında direngenlik kontrolü bazı durumlarda elemanı olduğundan daha direngen yapar.



x-yer değiştirme	y- yer değiştirme	z- yer değiştirme	x-dönme	y-dönme
(1,-1,1,-1)	(1,-1,1,-1)	(1,-1,1,-1)	(1,-1,1,-1)	(1,-1,1,-1)

Şekil 2.4. Elemanlar için Kum Saati Modları

Elemanlardaki gerilmeler elemanlara atanan süreklilik denklemleri kullanılarak Denklem (2.38)'deki hız-gerinim bağıntılarından hesaplanır. LS-DYNA bir çok malzeme için pek çok süreklilik denklemi sunmaktadır.

2.4. Malzeme Süreklilik Denklemleri

LS-DYNA pek çok değişik malzeme davranışını simüle edebilecek çok sayıda malzeme modeline sahiptir. Bu bölümde en çok kullanılan malzeme modellerinden izotropik elastik ve izotropik elastik-plastik malzeme modellerinin formülasyonu verilecek ve bir malzeme modelinin hesaplara nasıl etkidiği gösterilecektir.

2.4.1. İzotropik Elastik Malzeme Modeli

Elastik malzeme modeli LS-DYNA içerisindeki en basit ve hesap maliyeti açısından da en ucuz malzeme modelidir. Formülasyonu gerilmelerin gerinimlere göre doğrusal bir ilişki taşıması nedeniyle basittir. Ayrıca, malzeme izotropik olduğundan, formülasyon gerilmeleri hidro-statik basınç ve değişken (deviatorik) gerilme bileşenleri olmak üzere iki ayrı bileşene ayırarak sadeleştirilebilir. Hidro-statik basınç bileşeni elemanın şeklini koruyarak hacminin normal doğrultuda değişmesine neden olur. Değişken gerilme bileşeni hacmin korunduğu ancak elemanın şeklinin değiştiği kayma deformasyonlarına neden olur. Değişken gerilme

s_{ij}, değişken gerinim $\in_{ij}$, basınç p ve hacimsel gerinim $\in_v$ ifadeleri, Cauchy gerilmeleri σ_{ij} ve gerinimleri ε_{ij} cinsinden ifade edilirse:

$$\begin{aligned} s_{ij} &= \sigma_{ij} + p\delta_{ij} \\ \in_{ij} &= \varepsilon_{ij} - \tfrac{1}{3}\in_v \\ p &= -\tfrac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij} \\ \in_v &= \varepsilon_{ij}\,\delta_{ij} \end{aligned} \qquad (2.39)$$

burada, δ_{ij} Kronecker deltadır. (δ_{ij}, i=j ise 1 e ve i≠j ise 0 a eşittir). Denklem (2.39) hızlar cinsinden yazılırsa:

$$\begin{aligned} \dot{s}_{ij} &= \dot{\sigma}_{ij} + \dot{p}\delta_{ij} \\ \dot{\in}_{ij} &= \dot{\varepsilon}_{ij} - \tfrac{1}{3}\dot{\in}_v \\ \dot{p} &= -\tfrac{1}{3}\dot{\sigma}_{ij}\delta_{ij} \\ \dot{\in}_v &= \dot{\varepsilon}_{ij}\,\delta_{ij} \end{aligned} \qquad (2.40)$$

burada, $\dot{s}_{ij}$ değişken gerilme hızları, $\dot{\in}_{ij}$ değişken gerinim hızları, $\dot{p}$ basınç hızı ve $\dot{\in}_v$ hacimsel gerinim hızıdır. Değişken hız formundaki elastik malzeme modelinin süreklilik denklemi sadeleştirilirse:

$$\begin{aligned} s_{ij}^{\nabla} &= 2G\dot{\in}_{ij} \\ \dot{p} &= -K\dot{\in}_v \end{aligned} \qquad (2.41)$$

burada, G malzemenin kayma modülü, K malzemenin bulk modülü ve s_{ij}^{∇} değişken Jaumann gerilme hızlarıdır. Denklem (2.41)'de Cauchy gerilme hızları yerine Jaumann gerilme hızlarının kullanılmasının nedeni malzeme süreklilik denklemini serbest cisim hareketini dikkate almadan (objectivity) sağlamasıdır. Cauchy gerilme hızları referans çerçevesi değiştiğinde değişmemektedir (örneğin katı cisim dönmeleri sıfır olmayan gerilme hızlarını üretebilir) bu nedenle, bunlar malzemede serbest cisim hareketini ihlal eder ve süreklilik denklemlerinde kullanılamazlar. Diğer taraftan, Jaumann gerilme hızları, tarafsızdır ve süreklilik denklemlerinde kullanılabilirler. Jaumann gerilme hızları değişken gerilme ve gerilme hızı cinsinden ifade edilirse:

$$s_{ij}^{\nabla} = \dot{s}_{ij} - s_{ip}\Omega_{pj} - s_{jp}\Omega_{pi} \tag{2.42}$$

burada, Ω_{ij} dönme tensörüdür:

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{x}_j}{\partial x_i} - \frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_j}\right) \tag{2.43}$$

Denklem (2.41)'deki Jaumann gerilme hızları ve basınç hızı değerleri değişken gerilme ve hidro-statik basınç değerlerini güncellemede aşağıdaki gibi kullanılır:

$$\begin{aligned} s_{ij\,n+1} &= s_{ij\,n} + \dot{s}_{ij}\,\Delta t = s_{ij\,n} + (s_{ij}^{\nabla} + s_{ip}\Omega_{pj} + s_{jp}\Omega_{pi})\,\Delta t \\ p_{n+1} &= p_n + \dot{p}\,\Delta t \end{aligned} \tag{2.44}$$

Son adımda, Cauchy gerilmeleri değişken gerilme ve hidro-statik basınç değerleri ile Denklem (2.39) kullanılarak hesaplanır:

$$\sigma_{ij\,n+1} = s_{ij\,n+1} - p_{n+1}\delta_{ij} \tag{2.45}$$

2.4.2. İzotropik Elastik-Plastik Malzeme Modeli

İzotropik elastik-plastik malzeme modelinde, gerilme-gerinim ilişkisi parçalı doğrusal bir eğri ile tanımlanır. Eğrinin elastik bölümü malzemenin elastik özelliklerine göre (Young modülü) belirlenir ve eğrinin sertleşme (plastik) bölümü bir efektif gerilmeye karşılık plastik gerinim değerinden oluşan bir noktalar kümesinden çıkartılır. Akma noktasının altında, elastik-plastik malzeme modeli davranışı elastik malzeme modeli ile aynıdır. Akma noktasının sonrasında, plastik gerinim ve buna karşı gelen gerilme değeri gerilme-gerinim eğrisinin sertleşme bölümünden elde edilir.

Jaumann değişken gerilme hızları Denklem (2.41)'deki gibi elastik malzemelerdekine benzer şekilde hesaplanır. Jaumann gerilme hızları daha sonra Denklem (2.44) kullanılarak değişken gerilmelerin elastik davranışını güncellemede kullanılır. Daha sonra, Von Mises akma kuralı elastik davranışların güncellediği

gerilme değerlerinin akma kriterini sağlayıp sağlamadığını kontol etmek için kullanılır.

$$\frac{1}{2}s_{ij}^{e}s_{ij}^{e}-\frac{1}{3}\sigma_{y}^{2}\leq 0 \tag{2.46}$$

burada, σ_y akma gerilmesi ve s_{ij}^{e} elastik güncellenen değişken gerilmelerdir. Eğer yukarıdaki akma şartı sağlanırsa, elastik güncellenen gerilmeler kabul edilip çözüm bir sonraki eleman için devam eder. Eğer akma şartı sağlanmaz ise, elastik güncellenen gerilmeler aşağıdaki bağıntı kullanılarak akma düzlemine geri yansıtılır:

$$s_{ij}^{c}=\frac{\sigma_{y}}{s_{eff}^{e}}s_{ij}^{e} \tag{2.47}$$

burada, s_{ij}^{c} düzeltilmiş değişken gerilmelerdir ve s_{eff}^{e} elastik güncellenen değişken gerilmelerden efektif gerilmedir. Efektif gerilme (Von Mises) ise:

$$s_{eff}^{e}=\sqrt{\tfrac{3}{2}s_{ij}^{e}s_{ij}^{e}} \tag{2.48}$$

Denklem (2.47)'den hesaplanan düzeltilmiş değişken gerilmelerin akma şartını sağladığını ve bunların efektif gerilme değerinin akma gerilmesine σ_y eşit olduğunu vurgulamak gerekir.

Plastik gerinim artışları $\Delta\in_{ij}^{p}$ düzeltilmiş ve elastik güncellenmiş değişken gerilmeler cinsinden ifade edilirse:

$$\Delta\in_{ij}^{p}=\frac{1}{2G}(s_{ij}^{e}-s_{ij}^{c}) \tag{2.49}$$

Bu plastik gerinim artışları efektif plastik gerinim artışlarının hesabında kullanılır:

$$\Delta\in_{eff}^{p}=\sqrt{\tfrac{2}{3}(\Delta\in_{ij}^{p})\,(\Delta\in_{ij}^{p})} \tag{2.50}$$

Denklem (2.50), Denklem (2.49)'dan plastik gerinim artışını yerine koyarsak, daha sonra Denklem (2.48)'den efektif elastik gerilmenin ve Denklem (2.47)'den düzeltilmiş gerilmelerin yerini değiştirirsek daha da sadeleştirilebilir. Bu sadeleştirmelerden sonra efektif plastik gerinim artışı ifadesi:

$$\Delta\in_{eff}^{p} = \frac{1}{3G}(s_{eff}^{e} - \sigma_{y}) \tag{2.51}$$

Denklem (2.51)'de , şu anda yani t_{n+1} anında akma gerilmesi ve efektif plastik gerinim artışı bilinmeyendir ve zaman içerisinde aynı anda bulunmaları gerekir. Bu öncelikle t_{n+1} anında akma gerilmesi ifadesini yazarak yapılır. İzotropik sertleşme olduğu varsayılırsa, akma gerilmesi:

$$\sigma_{y_{n+1}} = \sigma_{y_n} + E_p \Delta\in_{eff}^{p} \tag{2.52}$$

burada, E_p gerilme-gerinim eğrisinden doğrusal enterpolayon ile bulunabilecek teğet modülüdür. Sonrasında, Denklem (2.52)'den $\sigma_{y_{n+1}}$ Denklem (2.51)'de yerine koyulursa:

$$\begin{aligned}\Delta\in_{eff}^{p} &= \frac{1}{3G}(s_{eff}^{e} - \sigma_{y_{n+1}}) \\ &= \frac{1}{3G}(s_{eff}^{e} - \sigma_{y_n} - E_p \Delta\in_{eff}^{p})\end{aligned} \tag{2.53}$$

Son olarak, Denklem (2.53) $\Delta\in_{eff}^{p}$ için çözülecek olursa:

$$\Delta\in_{eff}^{p} = \frac{1}{3G + E_p}(s_{eff}^{e} - \sigma_{y_n}) \tag{2.54}$$

Bir kere efektif plastik gerinim Denklem (2.54)'ten hesaplandıktan sonra, Denklem (2.52) kullanılarak t_{n+1} anındaki akma gerilmesini güncellemede kullanılabilir.

Son adımda, toplam plastik gerinim, plastik gerinim artışlarını bir önceki döngüdeki plastik gerinimle toplayarak elde edilir:

$$\in^{p}_{eff\,n+1} = \in^{p}_{eff\,n} + \Delta\in^{p}_{eff} \tag{2.55}$$

ve Cauchy gerilmeleri düzeltilmiş değişken gerilmeler ve hidro-statik basınç kullanılarak hesaplanır:

$$\sigma_{ij\,n+1} = s^{c}_{ij\,n+1} - p_{n+1}\delta_{ij} \tag{2.56}$$

3. YAPISAL OPTİMİZASYON

3.1. Giriş

Tasarım optimizasyonu birçok sınır şartı ve limit altında istenen performansın alınabilmesi için bir yapının karakteristik parametrelerinin belirlenmesi olarak tanımlanabilir. Genellikle tasarım hedeflerine erişilene dek tasarım kriterinin doğrulanması ile birlikte yapının birçok tekrarlanan analize tabi tutulmasını gerektirir.

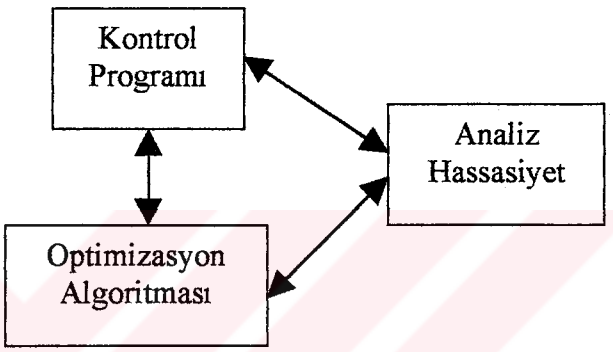
Başarılı bir tasarım optimizasyonu için doğru bir yapısal analiz yapmak zorunludur. Bunun yanında optimizasyon prosesi ile analiz prosesini birbirine bağlayacak metotlar ve yazılımlar gerekir.

Doğru bir yapısal analiz ile başlanırsa, yapısal optimizasyon bunu takip eden bir adım olacaktır. Genellikle birçok tasarım parametresi (değişkeni) önceden belirlenmiş değerlere sahip değildir. Sınır şartları altında istenen tasarı hedeflerine erişmek için bu parametrelerden uygun bir küme seçilmelidir. Genelde, bu manuel olarak birçok parametreler kümesi içerisinden yapıyı analiz edip, deneyim ve sezgiye bağlı olarak en iyi küme seçilir. Bu yaklaşım, ortada tanımlanması gereken birçok parametre, hedef ve sınır şartı olduğunda işe yaramaz ve çok zor bir hale gelir. Bunun yanında, nümerik optimizasyon metodları yardımı ile tasarım parametrelerinin araştırılması otomatize edilebilir. Bunu yapabilmek için, tasarım problemi bir optimizasyon problemi cinsinden ifade edilmelidir. En iyi (optimum) tasarım nümerik optimizasyon algoritması kullanarak bulunacaktır.

Genellikle, bir optimizasyon problemi matematiksel olarak, sınır şartlarına bağlı kalarak bir amaç fonksiyonunu minimize edip tasarım parametreleri değerler kümesini bulacak şekilde formüle edilir. Böyle bir optimizasyon problemini çözmek için pek çok nümerik optimizasyon algoritması ve matematik programlama metodu geliştirilmiştir [Haftka and Gurdal, 1996, Vanderplaats, 1998 ve Arora, 1989]. Bunlar için temel çözüm prosedürü amaç ve sınır şartlarının ve bunların değişiminin iteratif olarak değerlendirilmesi esasına dayanır.

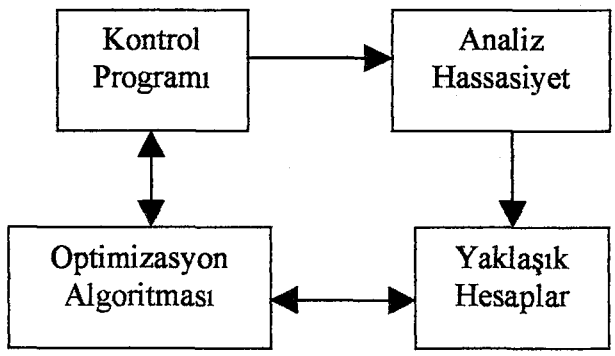
3.2. Yapısal Optimizasyon

Yapısal optimizasyonda kullanılan genel strateji analiz ile hassasiyet rutinlerini bir nümerik optimizasyon algoritması ile birleştirmektir (Şekil 3.1.). Bu yaklaşım özellikle nümerik olarak verimli ve doğru hassasiyetle analizler yapılabiliyor ise geçerlidir. Doğrusal yapısal analiz özelliğine sahip ticari kodlar içerisine analitik hassasiyet analizleri başarı ile yerleştirilebilmiştir. Doğrusal davranış gösteren yapılarda bir çok tasarım değişkeni olsa da yapıların neredeyse tüm cevap hassasiyetlerini analizlerden bulmak mümkündür.



Şekil 3.1. Analiz ile Hassasiyet Rutinlerinin Bir Nümerik Optimizasyon Algoritması ile Birleştirilmesi.

Yapısal tasarımda, özellikle doğrusal olmayan analizlerde sözkonusu olan verimli ve doğru bir hassasiyet analizi yapmak mümkün değilse veya yapısal analizin hesap maliyeti çok yüksekse uygun bir yaklaşık hesap konsepti [Schmit and Farshi, 1974] analiz rutini ile optimizasyon algritması arasında kullanılabilir (Şekil 3.2).



Şekil 3.2. Analiz ile Optimizasyon Rutinlerinin Yaklaşık Hesap Konsepti ile Birleştirilmesi Birleştirilmesi.

Yaklaşık hesap konseptleri ile amaçlanan, tasarım uzayının belli yerlerinde hesap maliyetleri çok yüksek olan amaç fonksiyonu ve sınır şartları değerlerini yaklaşık değerleri ile değiştirmektir. Bu sonuçta optimizasyon probleminin de yaklaşık hesaplanması demektir. Yaklaşık hesaplama problemi, yaklaşık amaç fonksiyonu ve sınır şartları değerleri ucuzca bulunabildiğinden uygun bir optimizasyon algoritması ile kolay bir şekilde çözülebilir. Literatürde pek çok optimizasyon konsepti sunulmuştur. Bunların güzel bir özeti Barthelemy ve Haftka [Barthelemy and Haftka, 1993] tarafından verilmektedir. Bunlardan pek çoğu tasarım uzayında tek bir nokta etrafında yürütülen tasarım hassasiyet verilerine ve analizlerine dayanır. Diğerleri yaklaşık değerleri hesaplamak için birden fazla noktanın kullanıldığı analizlerdir.

Literatürde pek çok mühendislik problemine çözüm yaklaşık metodların kullanıldığı optimizasyon çalışmalarıyla bulunmuştur. Örneğin, Giunta [Giunta et al., 1994] ve Balabanov [Balabanov, 1997] yüksek hızlı sivil bir hava aracının çok noktalı yaklaşık optimizasyonunu yapmıştır. Bazı araştırıcılar da [Miura et al., 1998, White et al., 1985, Stander et al., 1998, Lust, 1992, Etman et al., 1996, Schramm, 1997, Bosio and Lupkar, Bennett et al., 1995] çarpışma dayanımı ile ilgili olarak yaklaşık metodların optimizasyona uygulandığı çalışmalar yapmışlardır.

Nümerik optimizasyon metodları yapısal tasarımda geniş bir uygulama sahası bulsa da, bunlardan pek azı çarpışma uygulamalarına yönelmiştir [Yamazaki et al., 1997, Schoofs et al., 1992]. Bunun temel nedeni, bu alanın otomotiv endüstrisi ve

taşımacılık güvenliği dışında bir uygulama alanına sahip olamamasıdır. Daha güçlü bir neden ise yapıların çarpışma davranışlarının oldukça karmaşık olmasıdır. Örneğin, çarpışma yükü ile, yapısal davranış doğrusal olmayan büyük deformasyonlara yol açar. Deforme olan malzemede ayrıca temas ta oluşur. Bunun yanında, yapıların doğrusal olmayan dinamik davranışlarının matematik modellenmesi ancak sonlu elemanlar metodunun ve bilgisayar olanaklarının daha yeni gelişmesiyle mümkün olmaktadır.

Optimizasyon doğru sonuç veren yapısal bir analiz becerisinin olmasını gerektirir. Eğer analiz yazılımı teorik olarak yeterli değilse, optimizasyon sonuçları doğruyu yansıtmayacaktır. Bu tezde özellikle yapıların çarpışma davranışlarının analizinde kendini kanıtlamış doğrusal olmayan (non-linear) açık (explicit) dinamik bir analiz programı olan LS-DYNA ile optimizasyon modülü alarak ANSYS tasarım optimizasyonu modülü kullanılmıştır.

3.3. ANSYS Tasarım Optimizasyon Modülü

3.3.1. Tasarım Optimizasyonuna Giriş

ANSYS optimizasyon modülü optimum tasarımı sağlamak amacıyla ANSYS analiz programıyla entegre çalışan bir modüldür. Optimum tasarım için çalışılırken .ANSYS rutinleri üç değişik tipte değişken kullanır ki bunlar: tasarım değişkenleri, durum değişkenleri ve amaç fonksiyonudur. Bu değişkenler ANSYS parametrik tasarım dili (APDL) kullanılarak skaler büyüklükler cinsinden verilir.

Bir optimizasyon analizinde bağımsız değişkenler tasarım değişkenleridir. Tasarım değişkenlerinin vektörü:

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \ldots, x_N] \tag{3.1}$$

Tasarım değişkenleri üst ve alt limitler olmak üzere N adet sınır şartına maruzdur:

$$x_{il} \le x_i \le x_{iu}, (i = 1,\ldots,N) \tag{3.2}$$

burada, N tasarım değişkenlerinin sayısıdır.

Tasarım değişkenleri sınır şartları genelde yan sınırlar olarak anılır ve olası tasarım uzayını tanımlarlar.

Şimdi, fonksiyonu minimize edersek:

$$f = f(\mathbf{x}) \tag{3.3}$$

sınır şartlarını ve durum değişkenlerini sağlaması gerekir:

$$g_i(x) \le g_{iu}, \ (i = 1,\ldots,M1) \tag{3.4}$$

$$h_{il} \le h_i(x), (i = 1,\ldots,M2) \tag{3.5}$$

$$w_{il} \le w_i(x) \le w_{iu}, (i = 1,\ldots,M3) \tag{3.6}$$

burada, f amaç fonksiyonudur. g_i, h_i, w_i üst ve alt sınırları belirleyen durum değişkenleridir. *M1+M2+M3* üst ve alt sınır şartı ile durum değişkenlerinin sayısıdır.

Durum değişkenleri x tasarım değişkenleri vektörü ile değiştiğinden bağımlı değişkenler olarak ta anılabilirler. Yukarıdaki ifade f amaç fonksiyonunun minimize edilmesini amaçlayan bir minimizasyon problemidir.

3.3.2. Olası ve Olası Olmayan Tasarım Kümeleri

Tüm sınır şartlarını sağlayan tasarım konfügürasyonları olası (feasible) tasarımlar olarak nitelendirilir. Bir veya birkaç ihlal tasarım konfigürasyonunun olası olmaması (infeasible) olarak nitelendirilir. Olası tasarım uzayı tanımlanırken, her durum değişkeni limiti için bir tolerans eklenir.

Yani, x^* verilen bir tasarım kümesi ise:

$$\mathbf{x}^* = \left[x_1^*, x_2^*, \ldots, x_N^*\right] \tag{3.7}$$

Tasarım ancak aşağıdaki şartlar gerçekleşirse olası kabul edilir:

$$g_i^* = g_i(x^*) \le g_{iu} + \alpha_i, \; (i = 1, \ldots, M1) \tag{3.8}$$

$$h_{il} - \beta_i \le h_i^* = h_i(x^*), \; (i = 1, \ldots, M2) \tag{3.9}$$

$$w_{il} - \gamma_i \le w_i^* = w_i(x^*) \le w_{iu} + \gamma_i, \; (i = 1, \ldots, M3) \tag{3.10}$$

burada, α_i, β_i, γ_i toleranslardır ve:

$$x_{il} \le x_i^* \le x_{iu}, \; (i = 1, \ldots, N) \tag{3.11}$$

Tasarım sınır şartlarına hiçbir tolerans eklenmemiştir.

3.3.3. En İyi Tasarım Kümesi

En iyi tasarım kümesi, bir amaç fonksiyonuna göre şöyle belirlenir:

- Eğer bir veya daha fazla olası tasarım kümesi varsa en iyi tasarım kümesi amaç fonksiyonu değeri en küçük olan tasarım kümesidir.
- Eğer bütün kümeler olası değilse en iyi tasarım kümesi amaç fonksiyonu değerine bakılmaksızın olası olmaya en yakın tasarım kümesidir.

3.3.4. ANSYS Alt Problem (Sub-Problem) Optimizasyon Metodu

Bu metod, sadece bağımlı değişkenlerinin (amaç fonksiyonu ve durum değişkenleri) değerlerine ihtiyaç duyan, bunların değişimine (türevlerine) ihtiyaç duymayan, sıfırıncı dereceden gelişmiş bir optimizasyon metodu olarak

tanımlanabilir. Bağımlı değişkenlerin değerleri öncelikle en küçük kareler metodu ile yaklaşık değerleri ile değiştirilirler ve hata fonksiyonları (penalty functions) kullanılarak sınırlandırılmış minimizasyon problemi sınırlandırılmamış problem şekline dönüştürülür. Yaklaşık, hata fonksiyonu (alt problem) daha sonra her iterasyonda minimizasyona tabi tutulur ve bu yakınsama elde edilene dek sürdürülür. Bu metod için her iterasyon tam bir analiz döngüsüdür.

Metod, amaç fonksiyonunun ve her durum değişkeninin değerinden bir yaklaşık değer elde etme esasına dayandığından, belli bir sayıdaki tasarım kümesine ihtiyaç vardır. Bu tasarım kümeleri ya kullanıcı tarafından önceden sağlanmalıdır ya da metod bu tasarım kümelerini rastgele bir şekilde kendisi yaratacaktır.

3.3.4.1 Yaklaşık Fonksiyonlar

Sınırlandırılmış problemi minimize etmenin ilk aşaması her bağımlı değişkeni ($\hat{}$) ile gösterilen bir yaklaşık değerle ifade etmektir.

Amaç fonksiyonu için:

$$\hat{f}(x) = f(\mathbf{x}) + hata \tag{3.12}$$

Aynı şekilde durum değişkenleri için:

$$\hat{g}(x) = g(\mathbf{x}) + hata \tag{3.13}$$

$$\hat{h}(x) = h(\mathbf{x}) + hata \tag{3.14}$$

$$\hat{w}(x) = w(\mathbf{x}) + hata \tag{3.15}$$

Yaklaşık değer türetmek için en kompleks form çapraz ifadeler içeren quadratik formdur. Amaç fonksiyonu örneğini kullanırsak:

$$\hat{f} = a_0 + \sum_{i}^{N} a_i x_i + \sum_{i}^{N} \sum_{j}^{N} b_{ij} x_i x_j \qquad (3.16)$$

Her eğri uydurmanın formu ve kalitesi iterasyondan iterasyona değişir ve bu program tarafından kullanıcının da müdahele edebildiği bir şekilde kontrol edilir. Yukarıdaki denklemde a_i ve b_{ij} katsayılarını belirlemek için ağırlıklı en küçük kareler tekniği kullanılmıştır. Örneğin, amaç fonksiyonu için ağırlıklı en küçük kareler hata normunun formu:

$$E^2 = \sum_{j=1}^{N_d} \phi^{(j)} (f^{(j)} - f^{(j)})^2 \qquad (3.17)$$

burada, $\Phi^{(j)}$, j tasarım kümesinin ağırlığıdır. N_d ise tasarım kümelerinin mevcut sayısıdır.

Benzer E^2 normları her durum değişkeni için üretilir. Yukarıdaki denklemdeki katsayılar E^2'yi katsayılara göre minimize ederek bulunur. Ağırlıkları bulmak için aşağıdaki metodlardan biri kullanılır:

- Amaç fonksiyonunun değerine bağlıdır, amaç fonksiyonunun değerinin düşük olduğu tasarım kümeleri yüksek ağırlığa sahiptir
- Tasarım değişkenlerinin değerlerine bağlıdır, en iyi tasarıma yakın tasarım kümelerinin ağırlığı yüksektir
- Olabilirlik, olabilir kümeler yüksek, olabilirliği olmayan kümeler düşük ağırlığa sahiptir
- Yukarıdaki üç metodun birleştirilmesi
- Her ağırlığın eşitliği, $\Phi^{(j)} = 1$, bütün j tasarım kümeleri için

Yaklaşık değerleri oluşturabilmek için belli bir sayıda tasarım kümesinin var olması gerekir, aksi taktirde bu belli saydaki tasarım kümesi elde edilene dek rastgele tasarım kümeleri üretilecektir. Bunu ifade edersek:

$N_d < n+2 \rightarrow$, rastgele tasarım kümesi üret (3.18)

$N_d \geq n+2 \rightarrow$, yaklaşık değerleri hesapla (3.19)

burada, N tasarım değişkenlerinin sayısı, N_d tasarım kümelerinin sayısıdır.

3.3.4.2 Alt Problem Yaklaşık Değerlerinin Minimizasyonu

Yapılan yaklaşık hesaplamalarla sınırlandırılmış problem aşağıdaki forma dönüştürülmüştür.

Minimize et:

$$\hat{f} = \hat{f}(\mathbf{x}) \tag{3.20}$$

Sınır şartları:

$$x_{il} \leq x_i \leq x_{iu}, \ (i = 1,\ldots,N) \tag{3.21}$$

$$\hat{g}_i(x) \leq g_{iu} + \alpha_i, \ (i = 1,\ldots,M1) \tag{3.22}$$

$$h_{il} - \beta_i \leq \hat{h}_i(x), \ (i = 1,\ldots,M2) \tag{3.23}$$

$$w_{il} - \gamma_i \leq \hat{w}_i(x) \leq w_{iu} + \gamma_i, \ (i = 1,\ldots,M3) \tag{3.24}$$

Sıradaki işlem yukarıdaki denklemleri sınırlandırılmış bir problemden sınırlandırılmamış bir probleme dönüştürmektir. Bu aşağıdaki alt problem üzerinde hata fonksiyonları cinsinden yapılır.

Minimize edilecek fonksiyon:

$$F(x,P_k)=\hat{f}+f_0P_k\left(\sum_{i=1}^{N}X(x_i)+\sum_{i=1}^{M_1}G(\hat{g}_i)+\sum_{i=1}^{M_2}H(\hat{h}_i)+\sum_{i=1}^{M_3}W(\hat{w}_i)\right) \quad (3.25)$$

burada, X tasarım değişkeni sınır şartlarını vurgulamak için kullanılan hata fonksiyonudur. G, H, W durum değişkeni sınır şartları için hata fonksiyonlarıdır. Referans amaç fonksiyonu değeri f_0 birimlerin uyuşması açısından verilmiştir. Sınırlandırılmamış amaç fonksiyonu (ki bu cevap yüzeyi yani response surface olarak bilinir) tasarım değişkenleri ve P_k cevap yüzeyi (response surface) parametresi ile değişir. Yukarıdaki denklemi çözmek için Sınırlandırılmamış sıralı bir minimizasyon tekniği kullanılır. k alt indisi alt problemin çözümü esnasında alt iterasyonların kullanıldığını gösterir, ki burada cevap yüzeyi parametresi ($P_1<P_2<P_3$) olacak şekilde doğru ve yakınsak bir sonuç bulmak için arttırılır.

Bütün hata fonksiyonları genişletilmiş-dahili formdadır. Örneğin üst limitin yakınlarında, tasarım değişkeni hata fonksiyonu:

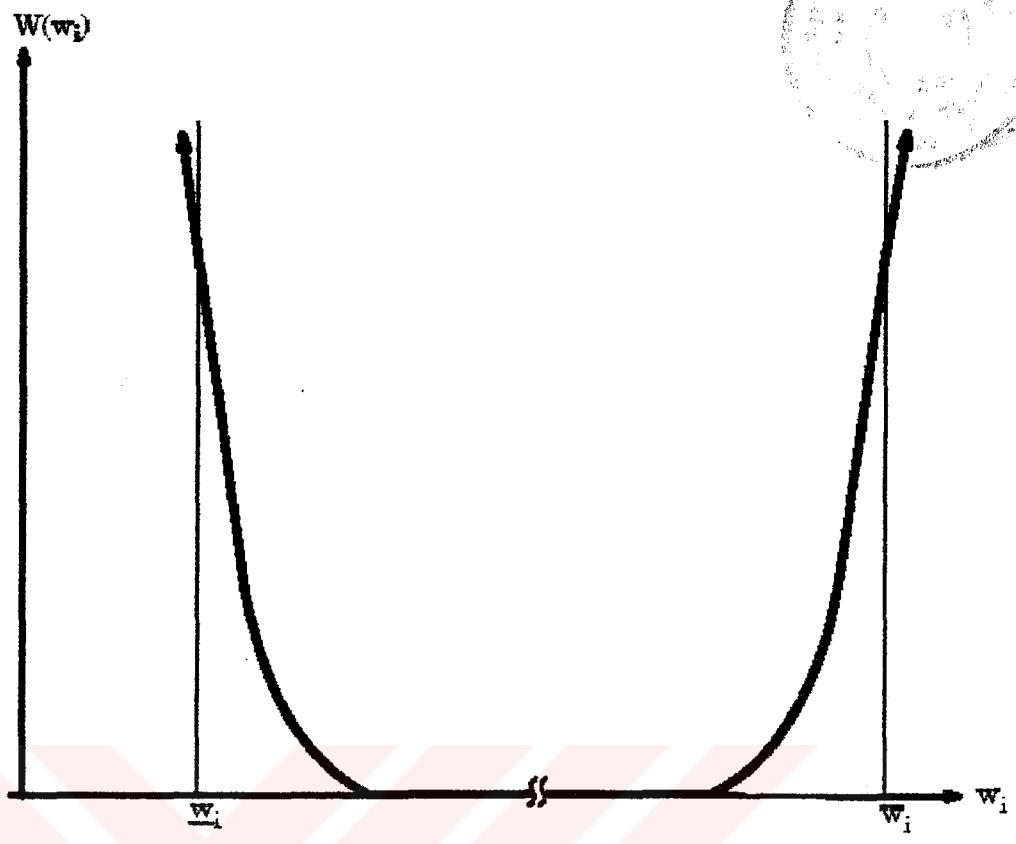
$$X(x_i)=\left\{\begin{matrix} c_1+c_2/(x_{iu}-x_i)\rightarrow x_i<x_{iu}-\varepsilon(x_{iu}-x_{il}) \\ c_3+c_4(x_i-x_{iu})\rightarrow x_i\geq x_{iu}-\varepsilon(x_{iu}-x_{il}) \end{matrix}\right\},\ (i=1,\ldots,N) \quad (3.26)$$

burada, c_1, c_2, c_3 ve c_4 dahili olarak hesaplanan sabitlerdir. ε, çok küçük bir pozitif sayıdır.

Durum değişkeni hataları yine aynı formda yine üst limitin yakınlarında:

$$W(w_i)=\left\{\begin{matrix} d_1+d_2/(d_{iu}-\hat{d}_i)\rightarrow \hat{x}_i<x_{iu}-\varepsilon(x_{iu}-x_{il}) \\ c_3+c_4(\hat{x}_i-x_{iu})\rightarrow \hat{x}_i\geq x_{iu}-\varepsilon(x_{iu}-x_{il}) \end{matrix}\right\},\ (i=1,\ldots,M1) \quad (3.27)$$

burada, d_1, d_2, d_3 ve d_4 dahili olarak hesaplanan sabitlerdir. Yine aynı şekilde G ve H için aşağıdaki şekilden bunların etkisini gözlemleyebiliriz.



Şekil 3.3. Genişletilmiş Dahili Hata Fonksiyonlarının Durum Değişkenleri Uzayında Değişimleri.

j, tasarım iterasyonunda $\tilde{F}^{(j)}$ minimum sınırlandırılmamış amaç fonksiyonuna erişmek için kullanılan algoritma ise:

$$x^{(j)} \to \tilde{x}^{(j)} \text{ gibi } F^{(j)} \to \tilde{F}^{(j)} \tag{3.28}$$

burada, $\tilde{x}^{(j)} = \tilde{F}^{(j)}$'ye denk gelen tasarım değişkeni vektörüdür.

Her tasarım iterasyonunda yapılan en son adım ise bir sonraki iterasyonda $(j+1)$ kullanılacak olan tasarım değişkeni vektörünü belirlemektir. $x^{(j+1)}$ vektörü şöyle hesaplanır:

$$x^{(j+1)} = x^{(b)} + C(\tilde{x}^{(j)} - x^{(b)}) \tag{3.29}$$

burada, $x^{(b)}$ en iyi tasarımın sabitleridir. C, olası olmayan çözümlerin sayısına bağlı olarak 0.0 ile 1.0 arasında değişir.

3.3.4.3 Yakınsama

Alt problem yaklaşık hesap iterasyonları yakınsama sağlanana veya analiz durdurulana kadar devam eder. Bu kontrol ancak yaklaşık değer hesaplama için gerekli tasarım kümesi sayısı N_d erişilince gerçekleştirilir.

Yakınsama mevcut tasarım kümesi $x^{(j)}$, bir önceki tasarım kümesi $x^{(j-1)}$ veya en iyi tasarım kümesi $x^{(b)}$ olası (feasible) ise ve aşağıdaki kriterlerden biri sağlanırsa gerçekleşir.

$$\left|f^{(j)} - f^{(j-1)}\right| \le \tau \tag{3.30}$$

$$\left|f^{(j)} - f^{(b)}\right| \le \tau \tag{3.31}$$

$$\left|x_i^{(j)} - x_i^{(j-1)}\right| \le \rho_i, (i = 1,\ldots,N) \tag{3.32}$$

$$\left|x_i^{(j)} - x_i^{(b)}\right| \le \rho_i, (i = 1,\ldots,N) \tag{3.33}$$

burada, τ ve ρ amaç fonksiyonu ve tasarım değişkeni toleransıdır.

İlk iki denklem amaç fonksiyonundaki değişikliklere, sonraki iki denklem tasarım değişkenlerindeki değerlere denk gelmektedir. Yukarıdaki denklemlerden hiçbiri sağlanamazsa analiz aşağıdaki şarta göre durdurulur.

$$n_s = N_s \tag{3.34}$$

$$n_{si} = N_{si} \tag{3.35}$$

burada, n_s alt problem iterasyon sayısı, n_{si} olası olamayan tasarım kümesi sayısı, N_s maksimum iterasyon sayısı, N_{si} maksimum olası olamayan tasarım kümesi sayısıdır.

4. PENETRASYON MEKANİĞİ

4.1. Çarpışma Dinamiği

Çarpışma dinamiğini nerede ise statik (quazi-statik) şartlarda klasik katı veya esnek cisimler mekaniğinden ayıran iki temel özellik vardır. Bunlardan birincisi, mekaniğin ve fiziğin korunma kanunlarının temelini teşkil eden denklemlerde dikkate alınması gereken atalet kuvvetlerinin etkisinin önemidir. İkincisi ise gerilme dalgasının yayılımının problemlerin analizinde oynadığı rol ve birçok çarpışma olayının durağan şartlarda olmadığının ve zamana bağlı değişimin esas olduğunun bilinmesidir.

Çarpışma problemleri üç ayrı yolla incelenebilir. Bunlardan birincisi, birçok deneysel verinin elde edilip düzenlendiği saf amprik bir yaklaşımdır. Bu spesifik problemleri çözmek için kullanışlı bir yol olmasına rağmen, elde bulunan verilerin test sonuçlarının ötesine ekstrapole edilmesi zor ve tehlikelidir. Örneğin, test verilerinde bulunmayan malzemelerin ve geometrilerin kullanıldığı, hızlar veya yüklerin test esnasında kabul edilenlerden farklı olduğu durumlarda test sonuçlarının problemi nasıl yansıtacağına dikkat edilmelidir. İkinci yaklaşım ise, çarpışma olayını simüle edebilmek için mühendislik modellerinin hazırlanmasıdır. Genellikle bu modeller daha önceden deneyimle elde edilmiş deformasyon karakteristiklerine dayanan kabuller ile temel korunum yasalarının birleştirilmesinden elde edilmiş uygulamalardır. Bu yaklaşım tek boyutlu basit bir penetrasyon modelinden, çok boyutlu kombine mekanizmalar içeren ve farklı deformasyon alanlarında hareket edebilen sofistike modellere kadar değişiklik gösterebilir. Literatürde birinci ve ikinci metodu bazen ayırt etmek benzerliklerinden dolayı güç olabilir. Model ve korelasyon denklemi bazen birbiri yerine kullanılabilir, birçok amprik gözlem ve eğri uydurma yöntemleri model olarak tanımlanabilir. Üçüncü yaklaşım ise, çarpışma problemlerini diskritizasyon metodu ile çarpışan cisimleri küçük elemanlara bölerek ve bu elemanlara fiziğin temel kanunlarını uygulayarak çözmektir. Uygun nümerik çözüm teknikleri sonlu elemanlar veya sonlu farklar metodları ile kompleks problemlere doğru sonuçlar verse de, bu yaklaşım zaman alıcıdır ve tüm nümerik prosesin değişken girdi değerleri için tekrarlanması gerekliliğinden tek bir problemle

sınırlıdır. Ayrıca, çözüm örneğin malzeme için tanımlanan deformasyon davranışı veya kırılma/kopma özelliğinden başka türlü bir sonuç vermez.

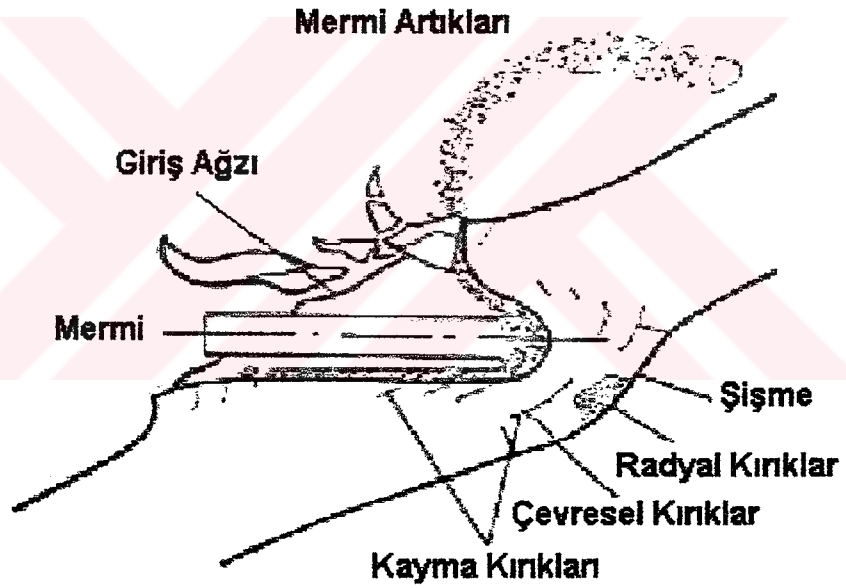
Çarpışma problemlerinin her üç çözüm yönteminin kendine göre eksileri ve artıları vardır. Bir veya birkaç prosedür her zaman istenen bilgiyi veremediğinden, karmaşık bir çarpışma olayı için, bazen her üçünün de ortak kullanılması en iyi yaklaşımdır. Örneğin, amprik yaklaşım verilen test değişkenleri aralığında genel deformasyon modlarının ve kopmanın/kırılmanın anlaşılabilmesi ve deneysel modelleme için öngörü oluşturması amacıyla kullanılabilir. Nümerik modelleme gerilme alanlarının ve deformasyon detaylarının elde edilmesinde kullanılabilir. Daha sonra buradaki bilgiler çarpışma olayları için mühendislik modellerinin geliştirilmesi ve doğrulanması için kullanılabilir. Bu uygulamaların başarı ile uygulanabilmesi aşağıdaki temel prensiplerin iyi anlaşılmasına bağlıdır. Bu temel prensipler korunum kanunları, dalga yayılımının etkileri, ataletin etkileri ve yüksek hızlardaki yüklemelerde malzemelerdeki davranış olarak özetlenebilir. Çarpışma olayının doğasında olan kısa zaman süreleri, çarpışma olayı üzerinde malzemenin cevabının çok önemli olduğunu göstermiştir. Bu nedenle, çarpışma olayının incelenebilmesi dinamik malzeme özelliklerinin incelenmesi ile başlar.

4.2. Penetrasyon Mekaniği

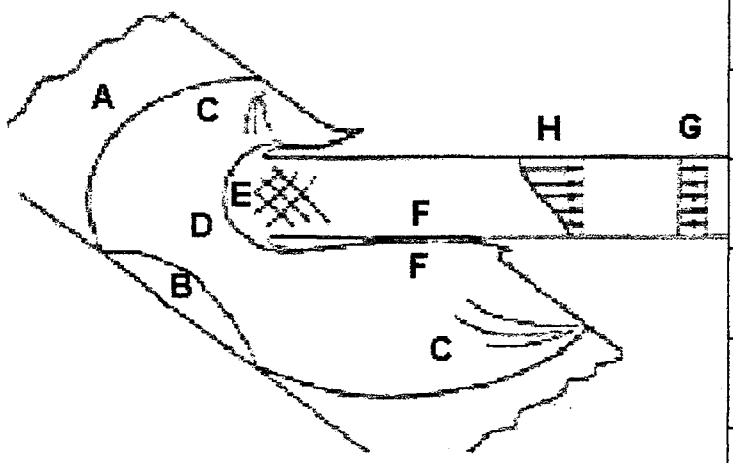
Bir mermi hareketini sağlayan enerjisini önüne çıkan bir bariyere girme (penetasyon) ve hatta delip geçme (perforasyon) için kullanır. Çarpma esnasında hem hedefte ve hem de vurucuda basınç gerilme dalgaları oluşur. Bu dalgalar, malzemenin sonik hızı ile hareket ederler ki bu hedef ve vurucu için ses-altı hızlar demektir, veya şok dalgası hızlarında hareket ederlerse bu çok yüksek hızlarda (hypervelocity) çarpışma demektir. Bunlar daha düşük hızlardaki kayma dalgalarınca takip edilirler. Yeterince yüksek çarpma hızları için, uzunlamasına serbest yüzeyler nedeniyle çubukta genişleme dalgaları ortaya çıkacaktır. Bunlar da, normal doğrultuda çarpışmada basınca çalışan ön tarafin arkasında iki boyutlu gerilme durumu yaratacaktır. Ancak, açılı (oblique) çarpmalarda (Şekil 4.2) bunlar simetrik olmayan (asimetrik) eğilme dalgalarına maruz kaldığından üç boyutlu gerilme durumu söz konusudur. Diğer taraftan, hedefte, her iki dalga da serbest bir yüzey ile

karşılaşılıncaya dek yayılacaktır. Burada, serbest yüzey sınır şartlarını sağlamak için basınç vuruntuları çekme olarak geri yansır, ve eğer bir noktada çekme gerilmesinin büyüklüğü vuruntusu ve bunun süresi yeterince sağlanırsa malzemede çeşitli şekillerde kopma/kırılma olur (Şekil 4.1). İlk basınç vuruntusu parça içerisine yayıldıkça bozulacaktır ve kalıntı bir dalga olarak dış yüzeyden geri yansıyacaktır. Merminin yan kenarlarından veya arka yüzeyinden geri yansıma zamana bağlı gerilme paterninde yükselmeye neden olur.

Malzemeye bağlı olarak, geometri ve çarpma şartları sonucu (eğimlilik, yalpalama, yörüngeden çıkma) bir mermi orijinal hareket doğrultusundan sapabilir, uç geometrisini ve giderek malzemesini kaybedebilir (Şekil 4.3).

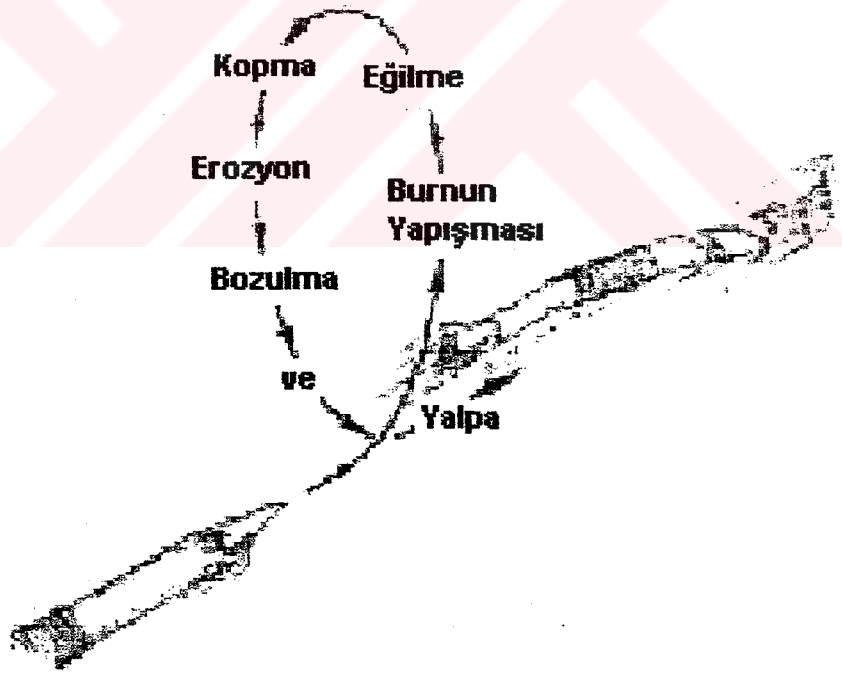


Şekil 4.1. Genel Kinetik Enerji Penetrasyonu



A	Şok Dalgası
B	Geri Yansıma
C	Kayma
D	Yüksek Basınç Bölgesi
E	Plastik Deformasyon
F	Arayüz Etkileri
G	Boyuna Dalga
H	Eğilme Dalgası

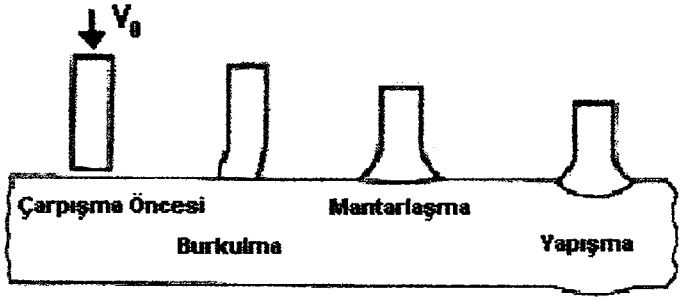
Şekil 4.2. Uzun Çubuk Penetrasyonu



Şekil 4.3. Eğimli Çapmanın Etkileri

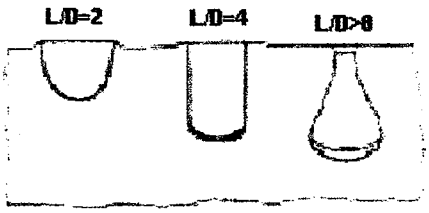
Eğer bir mermi bir hedefe çarparsa, balistik limitlerin altında (sonlu kalınlıktaki bir plakayı delip geçmek için gerekli minimum hız) merminin burkulması mümkündür. Çarpma hızı arttıkça, mermideki plastik deformasyon lokal

bir bölgede toplanır ve uç geometrisi hedef malzemeye batmadan mantar modunu alacak şekilde deforme olur (Şekil 4.4). Bu durum, Taylor çarpma testi olarak ta bilinir ve genellikle ortalama dinamik akma dayanımını bulmak için kullanılır. Hız daha da arttıkça, mermide çok küçük veya hiç kütle kaybı olmadan hem mantarlaşma ve hem de malzemeye batma artar. Bu durumlar Şekil 4.4'te gösterilmiştir.

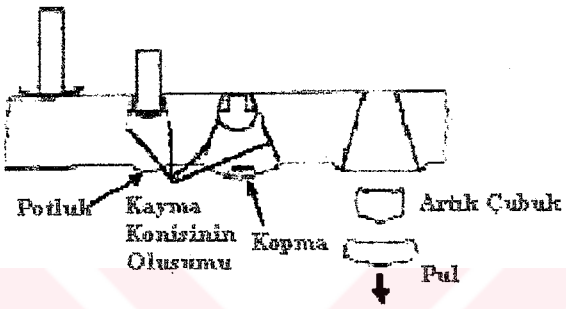


Şekil 4.4. Düşük Hızlardaki Çarpma Karakteristikleri

Balistik limitin üzerindeki hızlarda çarpmalarda ise (Şekil 4.6), çarpma esnasında bir çarpma çapağı oluşur. Mermi ve hedef içine doğru yüksek yoğunlukta gerinim dalgası yayılır. Plaka üzerinde krater oluşumu ve çubuğun penetrasyonu hemen başlar. Çarpmanın ilk anında arayüzdeki basınçlar mermi ve hedef malzemelerinin dayanımını oldukça geçtiğinden merminin ucunda hidro-dinamik erozyon benzeri bir aşınma ile karşılaşılırken diğer kısımları deforme olmadan boşluğa girmeye devam eder. Krater derinleşir ve dip tarafı çubuğun uç tarafının akışkan benzeri genişleyen akışı ile uygulanan basınca karşılık genişler. Hedef malzemede çubuk ucu etrafında, çubuk-hedef deformasyon arayüzüne teğet, yoğun kayma gerilmeleri oluşur. Hedefin arka yüzeyinde, kalınlığına, malzeme özelliklerine ve çarpma hızına bağlı olarak bir zaman sonra fıçımsı veya tabağımsı bir tipte deformasyon oluşur. Basınç vuruntusunun arka yüzeyden geri yansıması dağılma (spallation) ile sonuçlanabilir (Şekil 4.6). Sonuçta plakanın kırılması/kopması birkaç farklı mekanizmada gerçekleşebilir.



Şekil 4.5. Yarı Sonsuzluktaki Hedeflerde Çok Yüksek Hızlardaki Çarpma Karakeristikleri.



Proses
Çarpma Çapağı
Penetrasyon
Hidro-dinamik Akış
Çubuk Mantarlaşması & Erozyon
Kopma
Ayrılma

Şekil 4.6. Balistik Limitlerin Üzerindeki Çarpmalar

Neredeyse sonsuz kalınlıktaki (penetrasyon prosesinde arka yüzeyin etkisinin olmayacağı kadar kalın plakalar) hedeflerde, çok kısa çubuklar (uzunluk-çap oranı $L/D<2$) erozyon sonucu neredeyse yok olurlar. Bu hedefe girdikten hemen sonra olur. İkincil penetrasyon ve deliğin büyümesi hedefe aktarılan kinetik enerji sayesinde olur. Boşluğun şekli neredeyse yarım küredir. Orta boydaki çubuklarda ($L/D \approx 4$) silindirik bir boşluk üretilirken, uzun çubuklarda ($L/D>10$) uzun boyunlu bir testiye benzer bir boşluk gözlenir (Şekil 4.5).

Çizelge 4.1 ve 4.2 çarpma olayında malzemelerin basınç, gerinim, gerinim hızı ve sıcaklık ile ilgili davranışlarını karakterize etmektedir.

Çizelge 4.1. Mermi Şekillenmesinde Fiziksel Parametrelerin Değişimi

Çarpma Olayı	Basınç (GPa)	Normalize Edilmiş Sıcaklık	Gerinim	Gerinim Rate (s^{-1})
Şekil Jeti Oluşumu 3-10km/s	Üst sınır değeri 200 Ortalama değeri 20	Üst sınır değeri >1 Ortalama değeri ~0.5-0.7	> 10	Üst sınır değeri $\sim10^6$-10^7 Ortalama değeri $\sim10^4$-10^5
Kendiliğinden Parçalanma 1.5-3 km/s	Üst sınır değeri 40 Ortalama değeri 10	Üst sınır değeri ~0.5-0.8 Ortalama değeri ~0.2	Üst sınır değeri ~2 Ortalama değeri ~0.3	Üst sınır değeri $\sim10^6$-10^7 Ortalama değeri $\sim10^4$
Parçalanma 1.3-3 km/s	Üst sınır değeri 30 Ortalama değeri 2	Üst sınır değeri ~0.3-0.5 Ortalama değeri ~0.3	Üst sınır değeri ~0.5-.15 Ortalama değeri ~0.1-0.2	Üst sınır değeri $\sim10^6$-10^7 Ortalama değeri $\sim10^4$

Çizelge 4.2. Hedef Şekillenmesinde Fiziksel Parametrelerin Değişimi

Çarpışma Olayı	Basınç (GPa)	Normalize Edilmiş Sıcaklık	Gerinim	Gerinim Rate (s^{-1})
Şekil Jeti Oluşumu 0.5-1.3km/s	Üst sınır değeri ~20-60 Ortalama değeri ~3-5	Üst sınır değeri ~0.2-0.3 Ortalama değeri ~0.1	Üst sınır değeri > 1 Ortalama değeri ~0.2-0.3	Üst sınır değeri $\sim10^4$-10^7 Ortalama değeri $\sim10^4$-10^5
Kendiliğinden Parçalanma 1.5-3 km/s	Üst sınır değeri ~70 Ortalama değeri ~10	Üst sınır değeri ~0.4-0.5 Ortalama değeri ~0.2	Üst sınır değeri~ Ortalama değeri~	Üst sınır değeri $\sim10^4$ Ortalama değeri $\sim10^4$-10^5
Parçalanma 3-10 km/s	Üst sınır değeri ~100-200 Ortalama değeri ~10-20	Üst sınır değeri > 1 Ortalama değeri ~0.4-0.5	Üst sınır değeri > 1 Ortalama değeri ~0.1-0.5	Üst sınır değeri $\sim10^6$-10^7 Ortalama değeri $\sim10^4$-10^5

5. SONLU ELEMANLAR METODUYLA BALİSTİK DARBE SONUCU GT MODEL ASKERİ ARAÇ KAPISINDA OLUŞAN HASARIN TESPİTİ

5.1. Giriş

Bu bölümde GT model bir askeri araç kapısında balistik darbe sonucu oluşan hasarın tespiti bilgisayar ortamında yapılmıştır. Hasar tespiti için Sonlu Elemanlar Metodu yazılımı ANSYS/LS-DYNA kullanılmıştır. ANSYS/LS-DYNA ile hasar üzerinde mermi hızı, malzeme modellerinin ve malzeme kalınlığının etkileri araştırılmıştır.

Yapıların balistik darbe altındaki analizi savunma sanayinde ve çelik yelek tasarımı gibi sivil alanda da uzantıları bulunan başlıca araştırma konularındandır. Balistik analiz, dinamik ve termal etkileri de içeren karmaşık bir analiz biçimidir. Balistik darbe problemlerinin çözümünde genellikle sayısal yöntemler özellikle de sonlu elemanlar metodu kullanılmaktadır [Zukas and Scheffler , 2001, Mahfuz et al., 2000, Borvik et al., 2001, Gama et al., 2001, Borvik et al., 1999, Borvik et al., 2002].

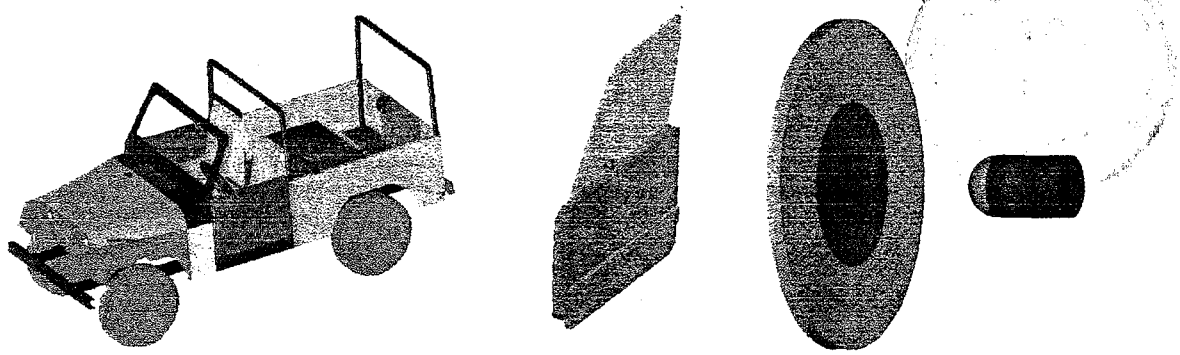
Bu bölümde GT-model bir askeri araç kapısının balistik darbe altındaki performansı doğrusal olmayan açık dinamik sonlu elemanlar analiz programı ANSYS/LS-DYNA [Kohnke, 1999] kullanılarak araştırılmıştır. Balistik analiz 7.62 mm çapındaki yarım küre şeklindeki uç geometrisine sahip bir merminin 2 mm et kalınlığındaki araç kapısına çeşitli hızlarla çarptırılmasından ve sonunda oluşan hasarın şeklinin tespitinden oluşmaktadır. Bu amaçla önce mermi-kapı geometrisinin sonlu elemanlar modeli elde edilmiş ve daha sonra bu model ANSYS/LS-DYNA ile çözülerek balistik performansı değerlendirilmiştir. Balistik analizde etkili olan parametreleri tespit için model üzerinde parametrik çalışma yapılmıştır. Parametrik çalışmada hız, malzeme özellikleri, malzeme kalınlığı ve merminin çarpma açısı değişimlerinin balistik performans üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

5.2. Sonlu Elemanlar Modeli

Bu bölümde Şekil 5.1a'da izometrik görünüşü verilen GT model bir askeri araç kapısının (Şekil 5.1b) açık sonlu elemanlar metoduyla balistik analizi yapılmaktadır. Analizin hesap maliyetini azaltmak için tüm araç veya kapı yerine kapı üzerinden alınmış, 40 mm çapındaki dairesel bir levha parçası kullanılmıştır (Şekil 5.1c). Burada kurşunun kapı üzerinde herhangi bir yere çarpması esnasında etki altında kalacak bölge idealize edilmiş ve analiz bu izole edilmiş parça üzerinde sürdürülmüştür.

Analiz için kullanılacak olan plaka özellikle dairesel bir şekle sahip olacak şekilde modellenmiştir. Bunun nedeni dalga yayılımı olayının doğasını bozmamak ve bu olayın fiziğine uygun bir şekilde gerçekleşmesini sağlamaktır. Çarpışma esnasında oluşacak gerilim dalgası ancak dairesel şekilde modellenen bir yapıda uygun bir şekilde ilerleyebilir. Bunun yanında yine de olayın dalga yayılımı karakterine daha da uygun davranabilmesi için plaka etrafindaki sınırları oluşturan yüzeylere dalganın geri yansımasını engellemek amacı ile geri yansımasız sınır şartları (NON_REFLECTING_BOUNDARY) verilmelidir.

Kapı öncelikle tek bir ince katmandan oluşan izotropik bir metal levha olarak kabul edilmiştir. Şekil 5.1b ve 5.1c sırasıyla kapı üzerinden alınan izole edilmiş dairesel parçayı ve kurşun geometrisini göstermektedir. Kapı modelinde ilk plaka kalınlığı 2 mm olarak verilmiş ve malzeme 4340 Çeliği olarak kabul edilmiştir. Mermi ise 7.62 mm çapında standart NATO mermisi boyutlarında, yarım küre şeklinde bir uç geometrisine sahip, yine 4340 Çeliğinden yapılmış, dolu bir malzeme olarak modellenmiştir.



(a) (b) (c)

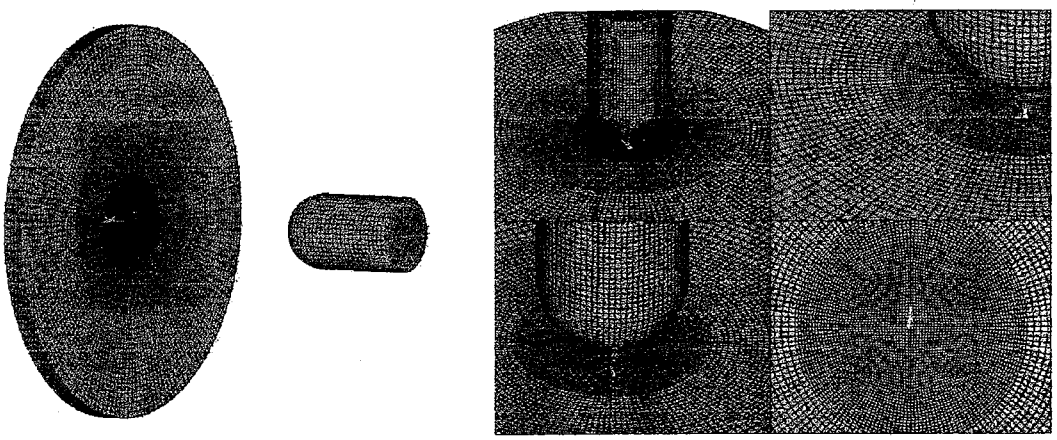
Şekil 5.1. (a) Araç Yandan Görünüşü, (b) Kapı (c) Kapı Üzerinde Dairesel Bir Kesit ve Mermi.

5.2.1. Sonlu Elemanlar Ağı ve Sınır Şartları

Şekil 5.1c'de gösterilen geometrik model kübik ve kübiğe yakın, üç boyutlu, çok küçük katı elemanlara bölünmüştür. Sekiz düğüm noktasına sahip açık metod için geliştirilmiş altı yüzlü elemanlar kullanılarak elde edilen sonlu elemanlar modeli Şekil 5.2'de gösterilmiştir. Dairesel plaka radyal doğrultuda üç farklı alana bölünerek sonlu elemanlar ağı oluşturulmuştur. Bu üç farklı alan hesap maliyetlerini azaltmak amacıyla merkezden dışarıya doğru artan sonlu eleman boyutlarıyla modellenmiştir. Eleman boyutları 0.3 mm ile 1 mm arasındaki ölçülerde modellenmiş ve her bir eleman boyutu göz önüne alındığında eleman boyutları arasındaki oranın beşi geçmemesi sağlanmıştır.

Ancak eleman boyutları arasındaki geçiş gerilim dalgasının yayılımını da engellemeyecek şekilde bir geri yansıtıcı yüzey olmasına olanak vermeden düzenlenmiştir.

Mermi ve dairesel levha modeli 132,000 eleman mermi için, 32,000 eleman da levha için olmak üzere toplam 164,000 eleman içermektedir. Eleman büyüklüklerinin analizin doğruluğuna ve hesap maliyetine etkisi çok büyüktür. Şekil 5.2'deki sonlu elemanlar modeline çeşitli denemelerden sonra erişilmiştir. Sonlu elemanlar modelinde levha kenarındaki elemanlar üzerindeki tüm serbestlik dereceleri modeli sabitlemek için tutulmuştur.



Şekil 5.2. Üzerinden Alınan Dairesel Kesit ve Merminin Sonlu Elemanlar Modeli.

5.2.2. Süreklilik Denklemleri

Sonlu elemanlar analizinde bulunacak sonuçlar şeçilen malzeme modeline bağlı olarak büyük farklılıklar gösterebilmektedirler. Bu amaçla, bu bölümde biri Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli diğeri Johnson-Cook Malzeme Modeli olmak üzere iki farklı malzeme modeli kullanılarak balistik analizler yapılmış ve sonuçları karşılaştırılmıştır. Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli ve Johnson-Cook Malzeme Modelleri çarpışma analizlerinde oldukça sık kullanılan modellerdir. Bu modeller gerinim sertleşmesi, gerinim hızı sertleşmesi, termal yumuşama ve malzeme kırılma/kopma tanımlarında birbirinden ayrılmaktadır. Bu modeller ayrıca bahsedilen özelliklerini uygulayabilmek açısından birbirinden çok farklı ve elde edilebilmeleri için fiziksel teslere ihtiyaç gösteren birçok parametre ve katsayıya bağımlıdırlar. Her iki malzeme modeli de birbirinden farklı iki malzeme kırılma/kopma algoritması ile desteklenmiştir. Malzeme modellerinin çarpışma analizi üzerine etkilerini araştırabilmek için birçok farklı parametre denenerek birçok analiz yapılmıştır. Kullanılan malzeme modellerinin detayları aşağıda verilmiştir.

5.2.2.1 Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli

Bu modelde şekil değişimi hızı Cowper-Symonds modeli kullanılarak dikkate alınmaktadır. Cowper-Symonds modeli yeni akma gerilmesi değerini başlangıçtaki akma gerimesi değeri ile şekil değişimi hızının fonksiyonu olan bir katsayıyla çarparak hesaplamaktadır [Kohnke, 1999].

$$\sigma_Y = \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{C}\right)^{\left(\frac{1}{P}\right)}\right]\sigma_0 \qquad (5.1)$$

burada, σ_0 başlangıçtaki akma gerilmesini, $\dot{\varepsilon}$ şekil değişimi hızını, C ve P Cowper-Symonds parametrelerini göstermektedir.

Penetrasyon esnasında çatlak büyümesi ve malzeme kopmasını simüle edebilmek için plastik kinematik sertleşme malzeme modeli LS-DYNA da sunulan ve elemanların önceden tanımlanmış belli bir kritik deformasyon değerine ulaştığında nümerik olarak öldürüldüğü, hesaptan çıkarıldığı, bir eleman öldürme algoritması ile desteklenmiştir. Burada sonlu elemanların tamamen kopması veya yok olması için eşdeğer plastik gerinim (erezyon gerinimi) değerinin kritik bir sabit olan 0.15'e ulaştığı durum kabul edilmiştir.

4340 Çeliği için Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli parametrileri Tablo 5.1'de görülmektedir [Borvik et al., 2002].

Çizelge 5.1. 4340 Çeliği için Plastik Kinematik Model Parametreleri.

Elastisite Modülü (MPa)	Yoğunluk (Kg/m^3)	Poisyon Oranı	Akma Gerilmesi (MPa)	Tanjant Modülü (MPa)
E	ρ	ν	σ_Y	E_T
210,000	7850	0.3	792	21,000
Gerinim Hızı Parametresi		Gerinim Hızı Parametresi		Kopma Gerinimi
C		P		ε_f
40		5		0.15

5.2.2.2 Johnson-Cook Malzeme Modeli

Johnson-Cook Malzeme Modeli, gerinim, gerinim hızı, sıcaklık duyarlı (adyabatik kabul ile) bir vizko-plastik malzeme modelidir. Bu model penetrasyon gibi şekil değişim hızının büyük bir değişken aralıkta seyrettiği ve plastik işin büyük bölümünün ısı olarak bünye üzerinde yumuşama etkisi yaptığı durumlarda oldukça

fazla kullanılmaktadır [Kohnke, 1999]. Johnson-Cook Malzeme Modeli akma gerilmesinin hesabında Denklem (5.2)'yi kullanmaktadır.

$$\sigma_Y = \left(A + B\varepsilon^n\right)\left(1 + C\ln\dot{\varepsilon}^*\right)\left(1 - T^{*m}\right) \tag{5.2}$$

burada, σ_Y efektif gerilme, ε efektif plastik gerinim, $\dot{\varepsilon}^* = \dfrac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}$ normalize edilmiş efektif plastik gerinim hızı (genellikle $\dot{\varepsilon}_0$=1 s^{-1} lik bir gerinim hızına göre normalize edilir), A, B, C, n ve m malzeme sabitlerini göstermektedir. T^* yine normalize edilmiş sıcaklık değerini göstermektedir ve Denklem (5.3)'teki gibi hesaplanır.

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}} \tag{5.3}$$

burada, T sıcaklığı, T_{room} oda sıcaklığını, T_{melt} malzemenin solidus eğrisi üzerindeki erime sıcaklığını göstermektedir.

Johnson-Cook Malzeme Modeli malzemenin kopacağı şekil değişimini Denklem 5.4'teki kümülatif kırılma kanununa göre hesaplamaktadır [Zukas, 1990].

$$D = \frac{\sum \Delta\varepsilon}{\varepsilon_f} \tag{5.4}$$

burada, $\Delta\varepsilon$ yükleme sırasında efektif plastik gerinimdeki artışı göstermektedir, bunun yanında, ε_f kopma gerinimi değeri Denklem (5.5)'teki gibi hesaplanır.

$$\varepsilon_f = \left[D_1 + D_2\exp\left(D_3\sigma^*\right)\right]\left[1 + D_4\ln\dot{\varepsilon}^*\right]\left[1 + D_5T^*\right] \tag{5.5}$$

burada, $\sigma^* = \dfrac{p}{\sigma_{eff}}$ efektif gerilme değeri ile normalize edilmiş ortalama gerilme değerini, D_1, D_2, D_3, D_4 ve D_5 malzemenin kırılma parametrelerini

göstermektedir. Bu modelde kırılma değeri D = 1 olduğu zaman malzemenin kırılacağı/kopacağı varsayılmaktadır. Görüldüğü gibi malzeme kopma ve kırılma kriteri de ortalama gerilme, gerinim hızı ve sıcaklığın bir fonksiyonu olarak her zaman adımında hesaplanmaktadır. Penetrasyon sırasında kopan veya kırılan elemanlar sonlu elemanlar ağı modelinden çıkarılmaktadır. Johnson-Cook Malzeme Modeli Mie-Gruneisen Hal Denklemi Modeli ile birlikte kullanılmıştır.

5.2.2.3 Mie-Gruneisen Hal Denklemi Modeli

Bu hal denklemi malzemenin çekmeye veya basmaya maruz kalmasına göre, basınç-hacim ilişkisini düzenlemektedir. Mie-Gruneisen Hal Denklemi Modelinde basmaya ve çekmeye maruz kalan malzemeler için basınç değeri sırasıyla Denklem (5.6) ve (5.7)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$p = \frac{\rho_0 C_{sp}^2 \mu \left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2}\right)\mu - \frac{a}{2}\mu^2\right]}{\left[1 - (S_1 - 1)\mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu + 1)^2}\right]} + (\gamma_0 + a\mu)E_{\text{int}} \tag{5.6}$$

$$p = \rho_0 C_{sp}^2 \mu + (\gamma_0 + a\mu)E_{\text{int}} \tag{5.7}$$

burada, E_{int} iç enerjiyi, C_{sp} elastik dalga hızını, S_1, S_2, S_3 vs-vp eğrisinin eğiminin çıkarıldığı katsayıları, γ_0 Gruneisen gamayı, a birinci dereceden hacim düzeltme katsayısını göstermektedir. Ayrıca μ Denklem (5.8)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \tag{5.8}$$

4340 Çeliği için Johnson-Cook ve Mie-Gruneisen Malzeme Modeli sabitleri Tablo 5.2'de verilmektedir [Holmquist et al., 2001].

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Çizelge 5.2. Çeliği için Johnson-Cook Malzeme Modeli Sabitleri.

Yoğunluk ρ (Kg/m^3)	Poison Oranı ν	Elastisite Modülü E (MPa)	Mukavemet Sabitleri				
			A (Mpa)	B (Mpa)	N	C	M
7850	0.3	210000	910	586	0.26	0.014	1.03
Kırılma Sabitleri							
D_1	D_2	D_3	D_4		D_5		
-0.8	2.1	-0.5	0.002		0.61		
Mie-Gruneisen EOS Sabitleri							
$K1$	$K2$	$K3$	γ_0				
164	294	500	1.16				

5.2.3. Temas Algoritması

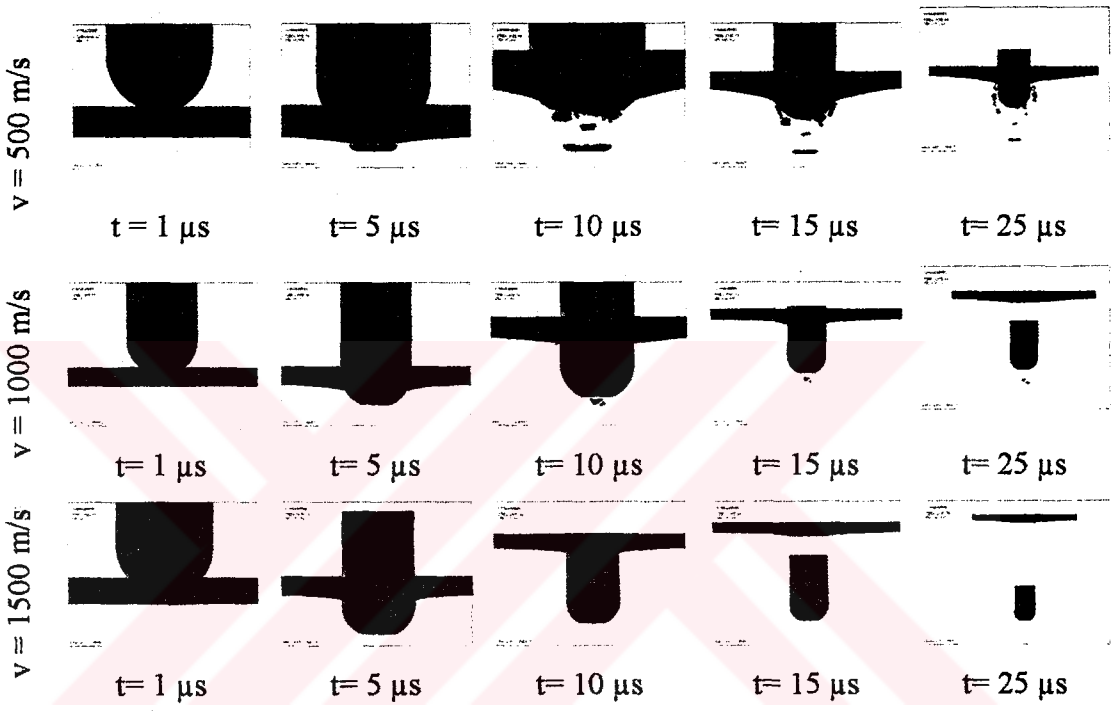
Sonlu elemanlar analizinde merminin levhaya çarpması sırasında momentum iletimini sağlamak için mermi ile dairesel levha arasında yüzey-yüzey aşınmalı (SURFACE-TO-SURFACE_ERODING_CONTACT) temas etkileşimi algoritması tanımlanmıştır.

5.3. Sonlu Elemanlar Analizi

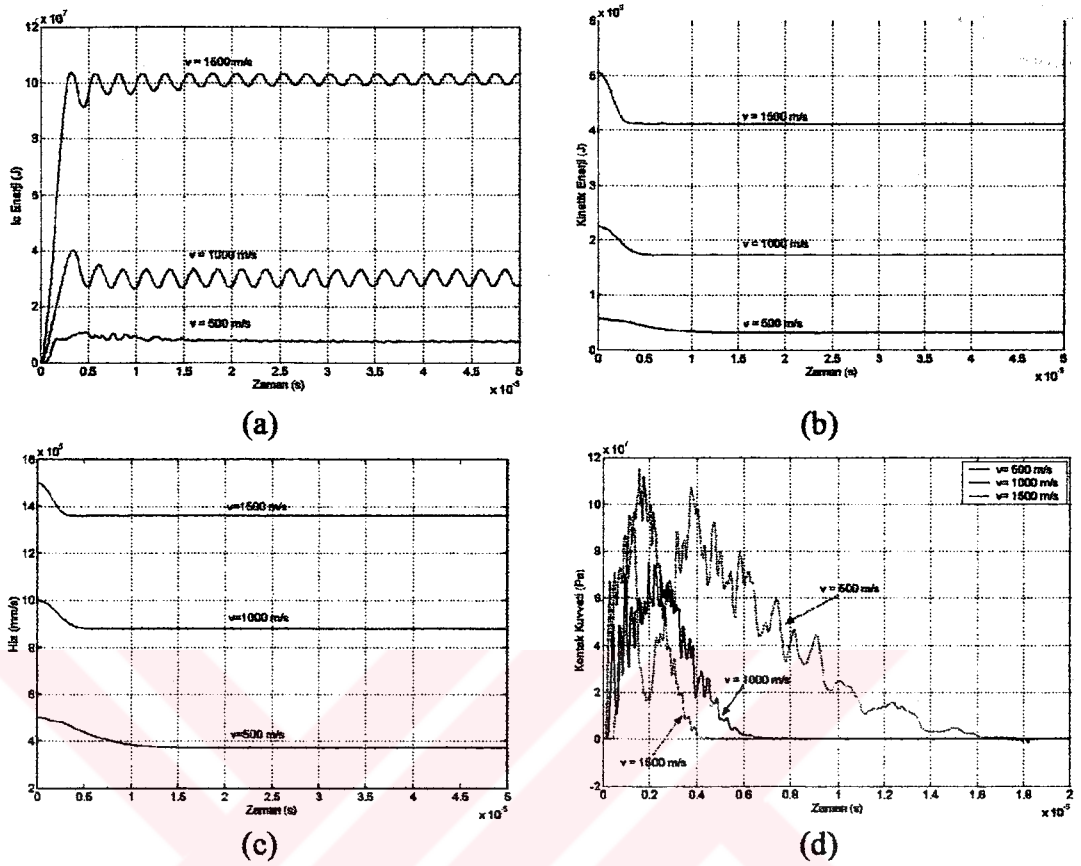
Dairesel levhanın sonlu elemanlar analizi plastik kinematik sertleşme ve Johnson-Cook Malzeme Modelleri kullanılarak merminin 500 m/s, 1000 m/s ve 1500 m/s başlangıç hızları için yapılmıştır. Sonlu elemanlar analizi 50 μs için zaman adımı 10^{-8} s civarında kullanılarak yapılmıştır. Yukarıda açıklanan model için her bir analiz süresi malzeme modeline ve kurşunun ilk hızına bağlı olarak P4-1.9 GHz ve 1 GB RDRAM'e sahip bir IBM-PC'de 2 ila 6.5 saat arasında bir işlem zamanı almıştır. Genel bir yaklaşım açısından Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli ve Johnson-Cook Malzeme Modelleri arasındaki hız farkı belirgin bir şekilde 3 kat olarak görülmüştür. Yani Johnson-Cook Malzeme Modeli kullanılan analizler Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli kullanılardan 3 kat daha uzun sürmüştür. Aşağıda her iki model ile ve değişik kurşun ilk hızları ile elde edilen sonuçlar verilmiştir.

5.3.1. Plastik Kinematik Sertleşme Modeli Analiz Sonuçları

Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli ile 500 m/s, 1000 m/s ve 1500 m/s başlangıç hızları için yapılan mermi-levha çarpma simulasyonu sonlu elemanlar analizi sonuçları Şekil 5.3 ve 5.4'te gösterilmektedir.



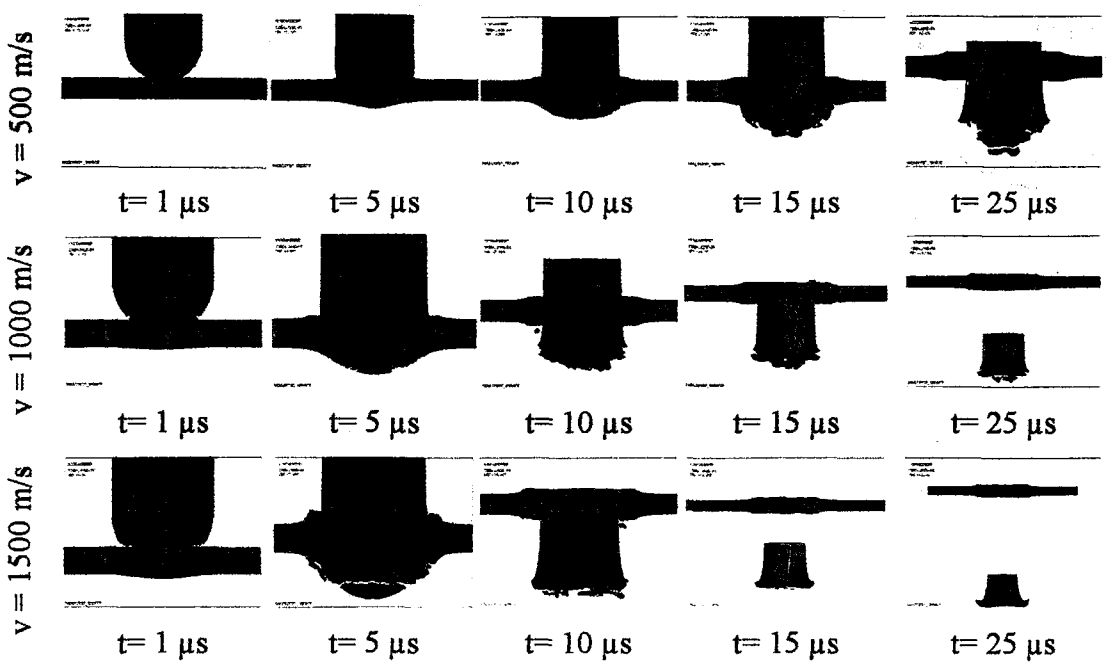
Şekil 5.3 . Plastik Kinematik Sertleşme Modeli ile Çeşitli Hızlarda Levhada Oluşan Hasar.



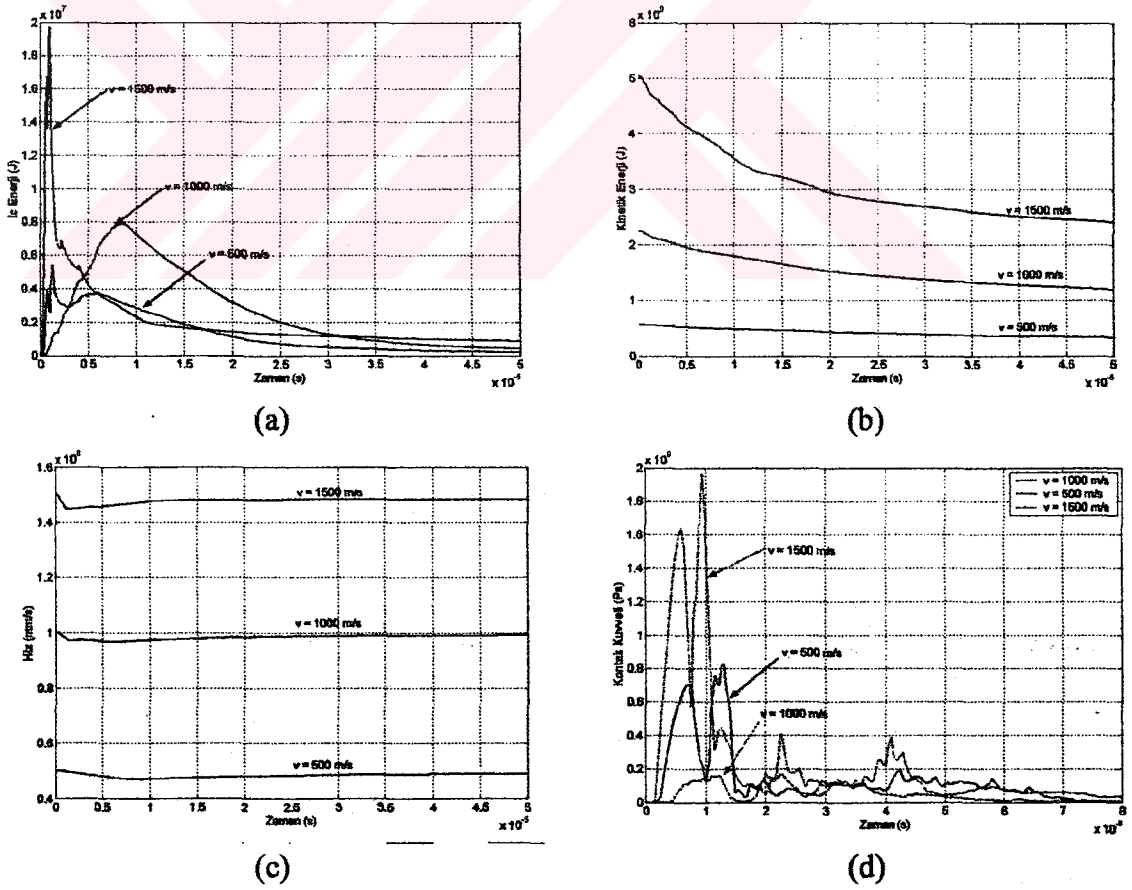
Şekil 5.4. Plastik Kinematik Sertleşme Modeli ile Çeşitli Hızlarda Mermi için (a) iç enerji, (b) Kinetik Enerji, (c)Mermi Hızı ve (d) Temas Kuvveti Değişimleri.

5.3.2. Johnson-Cook Malzeme Modeli Analiz Sonuçları

Johnson-Cook Malzeme Modeli ile 500 m/s, 1000 m/s ve 1500 m/s başlangıç hızları için yapılan mermi-levha çarpma simulasyonu sonlu elemanlar analizi sonuçları Şekil 5.5 ve 5.6'da gösterilmektedir.



Şekil 5.5. Johnson-Cook Malzeme Modeli ile Çeşitli Hızlarda Levhada Oluşan Hasar.



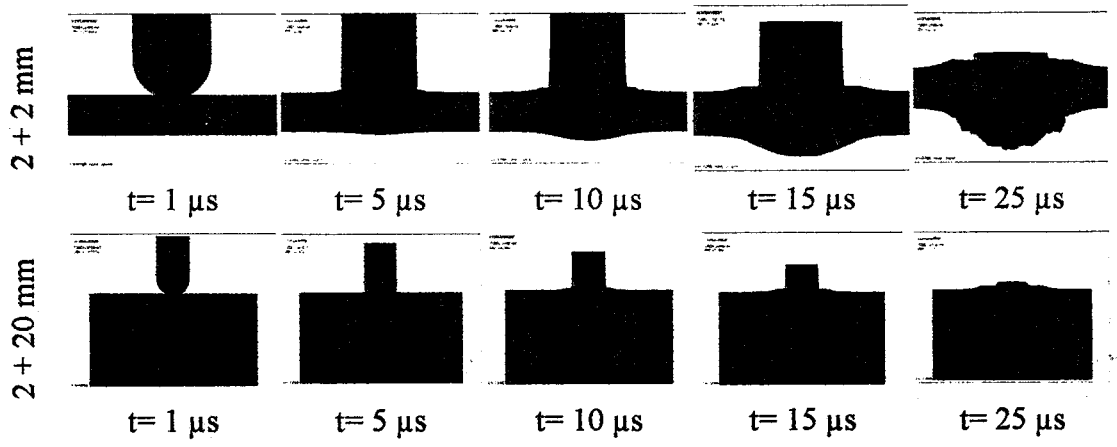
Şekil 5.6. Johnson-Cook Malzeme Modeli ile Çeşitli Hızlarda Mermi için (a) İç Enerji, (b) Kinetik Enerji, (c)Mermi Hızı ve (d) Temas Kuvveti Değişimleri.

5.3.3. Çift Kat Plaka Sonuçları

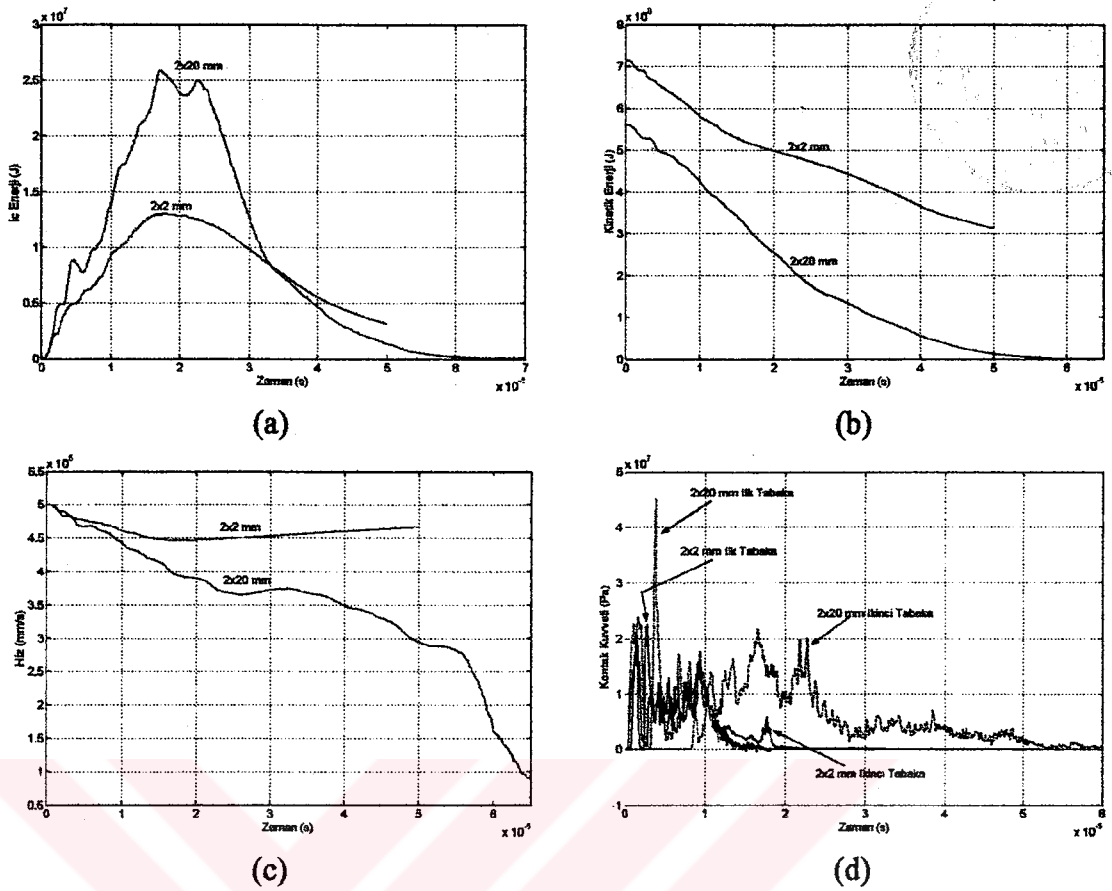
Şekil 5.3 ve 5.5 göstermektedir ki penetrasyon simülasyonlarında kullanılan malzeme modeli deformasyon paterni üzerinde oldukça farklı sonuçlara neden olabilmektedir. Bu elbette ki, Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modelinin termal yumuşamayı, kırılmayı/kopmayı, deformasyona ve hızına bağlı sertleşmeyi Johnson-Cook Malzeme Modeli kadar hassas ve doğru temsil edememesinden kaynaklanmaktadır.

Şekil 5.3 ve 5.5'de gösterilen tüm analizlerde merminin çelik levhayı deldiği görülmüştür. Bu durumu önlemek için 2 mm kalınlığındaki mevcut levhaya iki değişik kalınlıkta yeni levhalar eklenmiş ve analizler tekrarlanmıştır. Yeni analizler mermiye 500 m/s başlangıç hızları verilerek ve daha doğru sonuçlar veren Johnson-Cook Malzeme Modeli kullanılarak yapılmıştır.

Yaratılan yeni analiz modellerinde ilk önce 2+2 mm, daha sonra bunun da perforasyonu tam olarak engelleyemediği görüldüğünde 2+20 mm'lik levhalar kullanılmıştır. Şekil 5.7'de gösterilen analiz sonuçlarından merminin 2+2 mm kalınlığındaki levhayı deldiği, 2+20 mm kalınlığındaki levhayı delemediği anlaşılmaktadır.



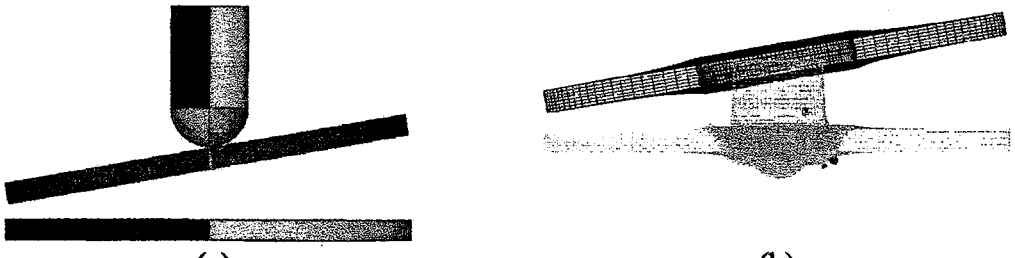
Şekil 5.7. Johnson-Cook Malzeme Modeli ile Çeşitli Kalınlıklar için Levhada Oluşan Hasar.



Şekil 5.8. Johnson-Cook Malzeme Modeli ile Çeşitli Kalınlıklarda Mermi için (a) İç Enerji, (b) Kinetik Enerji, (c) Mermi Hızı ve (d) Temas Kuvveti Değişimleri.

5.3.4. Çift Kat Açılı Plaka Sonuçları

Değişik bir durum olarak, balistik analiz birbirine 10° açıyla duran 2 mm kalınlığındaki iki levha için yapılmış (Şekil 5.9a), merminin 500 m/s'de levhaları tam olarak delemediği görülmüştür (Şekil 5.9b).



Şekil 5.9. (a) Birbirine 10° Açıyla Duran Levhaların Geometrisi (b) Oluşan Hasar.

5.4. Sonuç

Bu bölümde GT model bir askeri araç kapısına 7.62 mm kalibrede bir mermi ile çeşitli hızlarda ateş edildiğinde kapıda oluşacak hasarın tespiti doğrusal olmayan dinamik açık sonlu elemanlar analiz yazılımı ANSYS/LS-DYNA kullanılarak yapılmıştır. Analizin hesap maliyetini azaltmak için tüm araç/kapı yerine kapı üzerinden alınmış dairesel bir levha kullanılmiştır. 2 mm kalınlığındaki levhanın 500 m/s, 1000 m/s ve 1500 m/s hızlarındaki mermiye direnemediği görülmüştür. Mevcut levhaya çeşitli kalınlıkta yenileri eklenerek balistik analizler tekrarlanmıştır. Sonuçta 500 m/s hızla hareket eden merminin 2+2 mm'lik levhayı deldiği, 2+20 mm'lik levhayı ise delemediği görülmüştür. Yine farklı bir durum olarak birbirine 10^0 açıyla durmakta olan 2mm kalınlığındaki iki levhayı tam olarak delemediği de görülmüştür.

Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli ve Johnson-Cook Malzeme Modeli ile bulunan analiz sonuçları farklılıklar göstermektedir. Bunun sebebi her iki model için kullanılan kopma/kırılma kriterinin farklı olması ve yüksek hızlarda malzemede oluşan yumuşamayı sadece Johnson-Cook Malzeme Modelinin dikkate alabilmesidir. Bunun yanında Tablo 5.3'te de görüldüğü gibi hesap maliyetleri açısından değerlendirildiğinde Johnson-Cook Malzeme Modeli ile gerçekleştirilen analizler Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli ile gerçekleştirilenlerden daha uzun sürmektedir.

Çizelge 5.3. Malzeme Modelleri Arasındaki Farkların Hesap Maliyeti Üzerindeki Etkileri

	Malzeme Modelleri	
Hızlar m/s	Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli	Johnson-Cook Malzeme Modeli
500	2 saat 47 dakika 11 saniye	3 saat 55 dakika 52 saniye
1000	2 saat 32 dakika 10 saniye	3 saat 3 dakika 57 saniye
1500	2 saat 3 dakika 57 saniye	2 saat 47 dakika 48 saniye

6. YAKLAŞIK OPTİMİZASYON METODU KULLANARAK EN İYİ ÇARPIŞMA PERFORMASINI SAĞLAYAN KATMANLI ZIRHIN OTOMATİK TASARIMI

6.1. Giriş

Kalınlık değeri gibi karakteristik parametrelerin katmanlı zırhların çarpışma davranışları üzerinde büyük bir etkisi vardır. Bu değerlerin optimum katmanlı zırh için belirlenmesi çoğunlukla hesap maliyetleri çok yüksek olan birçok yapısal analiz yapılmasını gerektirir. Bu bölümde, en iyi çarpışma performansı için bir katmanlı zırhın tasarım parametrelerinin yaklaşık optimizasyon metodu (Approximate Optimization Method) kullanarak otomatize, verimli ve işe yarar belirlenmesi amaçlanmıştır. Yaklaşık optimizasyon metodu, parametrik bir önişlemci (Preprocessor), sonlu elemanlar analiz programı, yaklaşık cevap yüzeyleri (Response Surface Approximations) ve bir nümerik optimizasyon algoritmasının birbirine bağlanması ile elde edilmiştir. Tüm bu bağlantılar ticari bir paket program olan ANSYS tasarım optimizasyonu modülü (Design Optimization Module) ile gerçekleştirilmiştir.

Katmanlı zırh üç katmandan oluşmaktadır. Ön tabaka Alumina-seramik bir tabakadır ve arkasından 4340 Çeliği ve 2024 Aluminyum tabakalarından oluşan iki katmanla esteklenmiştir. Zırh 1000 ve 2000 m/s hızlara sahip bir mermi tarafından çarpmaya maruz bırakılmıştır. Zırhın yüzey normali merminin hareket doğrultusu ile bir açı yapmaktadır.

Zırhın balistik çarpışmaya karşı vermiş olduğu cevap 3-Boyutlu doğrusal olmayan (Non-Linear) açık (Explicit) dinamik bir sonlu elemanlar analiz programı olan ANSYS/LS-DYNA kullanılarak bulunmuştur. Zırhın optimizasyonu için merminin en az miktarda penetrasyonunu sağlayacak şekilde en iyi kalınlık değerlerini ve eğim açısını bulmak üzere çalışılmıştır.

Yüksek hızlardaki çarpışmalara karşı zırh tasarımı genellikle savunma ve uzay-uçak sanayi uygulamalarında yer almıştır. Yüksek hızlardaki çarpmalarda malzemeler karmaşık kopma/kırılma özellikleri yanında yüksek dereceden doğrusal olmayan ve dinamik davranışlar sergilerler.

Çarpışma analizlerinin simülasyonunda nümerik metodlara dayanan ticari programlar artarak kullanılmaktadır. Popüler bir 3-boyutlu doğrusal olmayan açık dinamik bir sonlu elemanlar programı olan LS-DYNA [Hallquist, 1997], gelişmiş temas algoritmaları ve malzeme modelleriyle, değişik hızlarda hareket eden mermilerin çeşitli zırhlara çarpmalarını simüle etmek için başarıyla kullanılmıştır [Mahfuz et al., 2002, Gama et al., 2001, Borvik et al. 1999, Borvik et al., 2002]. Sonlu elemanlar programlarının çarpışma simülasyonlarında başarıyla uygulanması zırh tasarımlarının bilgisayar ortamında daha verimli bir şekilde yapılabilmesine olanak vermiştir.

Çarpan mermilerin çok az ve neredeyse hiç penetrasyona yol açmaması ve bunun yanında en haafif yapıyı oluşturacak zırh parametrelerinin uygun değerlerini bulmak zırh tasarımının temel hedefleridir. Literatürde bu tür zırh tasarımına yönelik olarak birkaç örnek bulmak mümkündür [Roeder and Sun, 2001, Chen, 2001]. Ancak bu örnekler yüksek hızlardaki çarpışmaları dikkate almamışlardır. Bunun temel nedeni yüksek hızlardaki çarpışmaları nümerik olarak analiz etmenin güçlüğüdür. Açık sonlu elemanlar yazılımları kullanılarak gerçekleştirilen çarpışma simülasyonları çok ufak integrasyon zaman adımlarına gereksinim duyarlar. Küçük zaman adımları hesaplama maliyetleri çok yüksek olan analizlere neden olur. Bir başka neden de yüksek hızlardaki çarpışma simülasyonlarının çok gelişmiş malzeme modellerinin, gelişmiş temas algoritmalarının, adaptif tekrar ağ kurma algoritmalarının, analiz yazılımı içerisinde sağlanmasını gerektirir ki bunlar çoğu yazılımda bulunmamaktadır. Bu nedenle, literatürde rastlanan pek çok yüksek hızda çarpışma simülasyonları ya 2-boyutlu eksenel simetri ya da basit malzeme modelleri kullanılarak idealize edilmiştir.

Analiz yazılımının, nümerik optimizasyon algoritmasının ve yaklaşık metodların entegre edilmesiyle oluşan yaklaşık optimizasyon metodu, zırhların tasarım sürecinin otomatize edilmesi ve tasarım süresinin kısaltılması için

kullanılabilir. Geçmişte birçok çarpışma dayanımı ve çarpma tasarımı probleminde başarıyla kullanılan [Ben-Dor et al., 2000, Kurtaran et al., 2001] yaklaşık optimizasyon metodu, zırh tasarımı için de bir potansiyel arz etmektedir. Yaklaşık optimizasyon metodunda, zırh tasarımı herhangi bir nümerik optimizasyon algoritmasının kolaylıkla çözebileceği bir optimizasyon problemi olarak formüle edilir.

Genellikle sonlu elemanlar analiz sonuçlarından elde edilen optimizasyon problemindeki hesap maliyeti açısından pahalı olan amaç ve kısıtlama fonksiyonu, optimizasyon problemi başlatılmadan, yaklaşık değerleri ile değiştirilirler. Optimizasyon probleminin çözümü optimum tasarımı verir.

Bu bölümde, ANSYS tasarım optimizasyonu modülü [Yamazaki et al. 1997] içerisine entegre edilen yaklaşık optimizasyon metodu, çok katmanlı bir zırh tasarımını verimli bir şekilde otomatize etmek amacıyla kullanılmıştır.

Tasarım optimizasyonu 1000 ve 2000 m/s hızla çarpan bir kurşunun en az penetrasyona neden olacak şekilde optimum kalınlık ve eğim açısını bulmak için yapılmıştır. ANSYS tasarım optimizasyonu modülü kullanılarak yapılan yaklaşık optimizasyon metodu, ANSYS parametrik önişlemcisini, 3-boyutlu doğrusal olmayan açık dinamik sonlu elemanlar analizi yazılımı olan ANSYS/LS-DYNA'yı, ANSYS sonişlemcisini, hata metolarına ve cevap yüzeyleri yaklaşımına dayanan bir nümerik optimizasyon algoritmasını entegre ederek elde edilmiştir.

6.2. Yaklaşık Optimizasyon

Çarpışma tasarımı problemleri bir optimizasyon problemi cinsinden eğer aşağıdaki gibi formüle edilirse otomatize edilebilir:

Minimize edilecek fonksiyon:

$$y_0(\mathbf{x}) \tag{6.1}$$

fonksiyonun bağlı kalacağı sınır şartları:

$$y_j(\mathbf{x}) \le 0 \qquad (j = 1,\ldots,n_c) \tag{6.2}$$

çalışılacak tasarım uzayı:

$$x_{il} \le x_i \le x_{iu} \qquad (i = 1,\ldots,N) \tag{6.3}$$

burada, $y_0(\mathbf{x})$ amaç fonksiyonu, $y_j(\mathbf{x})$ $(j = 1,\ldots,n_c)$ sınır şartlarının fonksiyonları ve $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \ldots, x_N]$ tasarım değişkenlerinin vektörü. x_{il} ve x_{iu} tasarım değişkenleri üzerinde fiziki alt ve üst sınırlardır. n_c ve N sırasıyla sınır şartlarının ve tasarım değişkenlerinin sayısıdır. Sınır şartları ve amaç fonksiyonu pekala ağırlığa, penetrasyon derinliğine, yutulan enerjiye vs. tekabül edebilir.

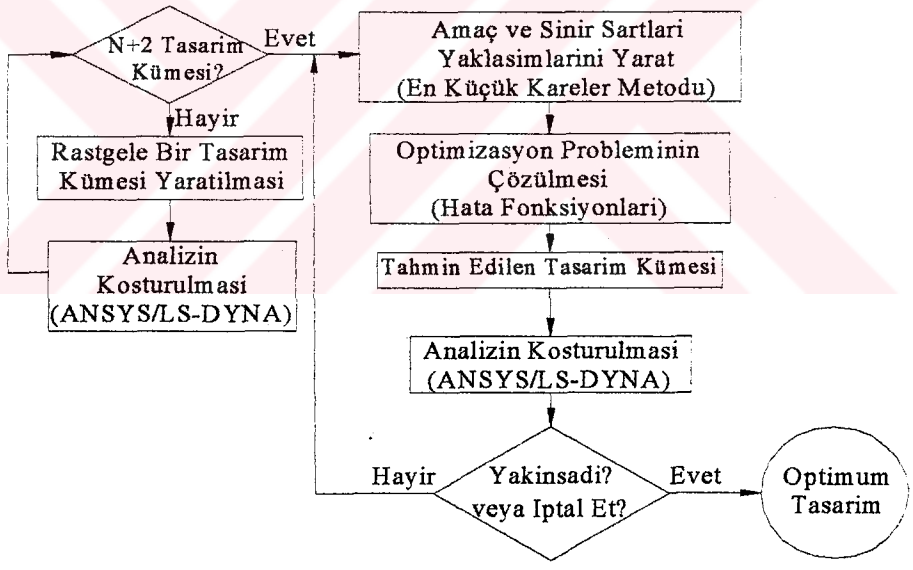
Çarpışma problemleri için Denklem (6.1)-(6.3)'ün çözümleri, amaç ve sınır şartları fonksiyonlarını, bunların cevap yüzeyi yaklaşımlarıyla değiştirmek suretiyle verimli bir şekilde yapılabilir. Yaklaşımlar hesap maliyetleri açısından pahalı olan çarpışma analizleri yerine bunların yerini tutacak olan basitleştirilmiş matematik modeller olarak görev yapar. Yaklaşımlarla yapılan optimizasyon literatürde yaklaşık optimizasyon olarak geçmektedir. ANSYS tasarım optimizasyonu modülüne entegre edilen yaklaşık optimizasyon metodu Şekil 6.1'de görülmektedir. ANSYS tasarım optimizasyonu modülü cevap yüzeyi yaklaşımlarını amaç ve sınır şartları fonksiyonları için aşağıdaki polinom cinsinden üretir ve kullanır [Yamazaki et al. 1997].

$$\tilde{y}(\mathbf{x}) = \underbrace{\underbrace{\underbrace{a_0 + \sum_{n=1}^{N} a_n x_n}_{doğrusal} + \sum_{n=1}^{N} b_n x_n^2}_{quadratik} + \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^{N} c_{mn} x_m x_n}_{quadratik+çapraz_terimler} \tag{6.4}$$

burada, a, b ve c belirlenmesi gereken katsayılardır.

Tasarım optimizasyonu prosesinde, ANSYS tasarım optimizasyonu modülü öncelikle doğrusal bir yaklaşım yapabilmek için N+2 sayıda bir tasarım kümesi yaratır. Burada küme özel bir tasarım için bütün parametrelerinin değerlerini ifade eder. ANSYS tasarım optimizasyonu modülü ya tasarım kümelerini rastgele

oluşturacaktır, ya da optimizasyon veri tabanında var olanları kullanacaktır. Mümkün olan tasarım kümelerinde çarpışma analizleri yapılacaktır. Analiz sonuçları daha sonra amaç ve sınır şartları fonksiyonlarının doğrusal yaklaşımlarını yaratmakta kullanılırlar. Quadratik ve çapraz terimlerle quadratik gibi yüksek dereceden yaklaşımlarda cevap yüzeyi yaklaşımları eğer veri tabanında yeterli tasarım kümesi varsa en küçük kareler metodu kullanılarak yaratılır. Optimum tasarım Denklem (6.1)-(6.3)'ün hata fonksiyonlarına dayanan bir nümerik optimizasyon algoritmasıyla çözülmesiyle tahmin edilir. Tahmin edilen optimum tam bir analiz (ANSYS/LS-DYNA) ile doğrulanır. Eğer tahmin edilen amaç ve sınır şartları ANSYS/LS-DYNA'dan eld edilen sonuçlarla uyuşuyorsa, veya tahmin edilen optimum tasarım yeterince tatmin edici ise, optimizasyon döngüsü durdurulur. Aksi taktirde, yeni hesaplanan değerler diğer var olan tasarım kümeleri arasına eklenir ve optimizasyon probleminin çözümünü takiben yeni yaklaşımlar yaratılır.



Şekil 6.1. ANSYS Tasarım Optimizasyonu Modülü ile Yaklaşık Optimizasyon Prosesi.

6.3. Sonlu Elemanlar Modeli

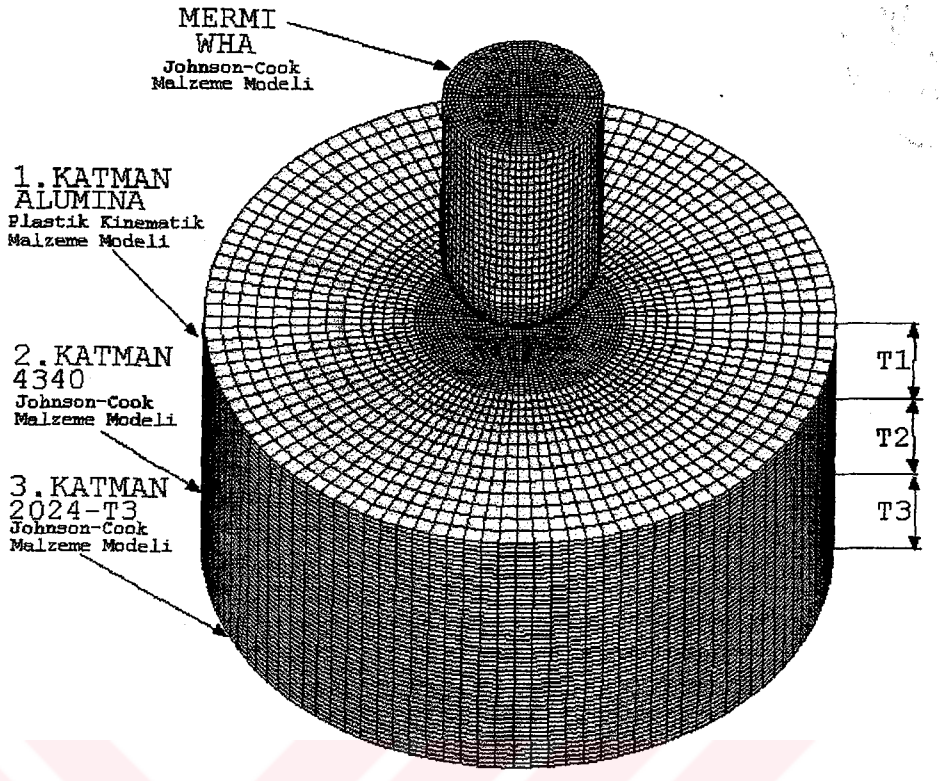
Bu bölümde, 7.62 mm çapında yarım küre şeklinde bir uç geometrisine sahip bir kurşunun çarptığı katmanlı bir zırhın 3-boyutlu sonlu elemanlar modeli tanıtılmaktadır. Zırh değişik kalınlıklardaki 3 dairesel katmandan oluşmaktadır.

Model yaratılırken ANSYS parametrik modelleme dili (APDL) [Yamazaki et al. 1997], tasarım optimizasyonu prosesinde otomatik model yaratımını sağlamak amacıyla kullanılmıştır.

6.3.1. Sonlu Elemanlar Ağı

Zırh ve mermi için yaratılan sonlu elemanlar ağı Şekil 6.2'de gösterilmiştir. Ağ yapısı, çarpışma analizinin kararlılığı, doğruluğu ve verimliliği için optimize edilmiştir. Zırhın dairesel katmanları radyal doğrultuda 3 bölgeye ayrılmıştır. Ağ yoğunluğu potansiyel çarpışma bölgesi olan iç bölgeden dışarıya doğru azalmaktadır. Bölgeler arasındaki ağ büyüklüklerindeki geçişler gerilme dalgasının yayılımını engellemeyecek veya yansıtmayacak bir karakterde düzenlenmiştir. Zırh ve mermi 0.3 ve 1 mm arasında değişen ölçülere sahip, açık metod için geliştirilmiş sekiz düğüm noktalı altı yüzlü elemanlar ile modellenmiştir. Ağ yapısı içerisinde elemanların boyutsal oranları beşi geçmemektedir. Mermi ve zırhın optimizasyon başlangıç tasarım kümesi boyutlarında 40,000'ü mermide, 95,984'ü zırhta olmak üzere toplam 135,984 eleman vardır.

Sonlu elemanlar modelinde levha kenarındaki elemanlar üzerindeki tüm serbestlik dereceleri modeli sabitlemek için tutulmuştur.



Şekil 6.2. Zırhın ve Merminin Sonlu Elemanlar Modeli

Sonlu elemanlar analizinde merminin levhaya çarpması sırasında momentum iletimini sağlamak için mermi ile dairesel levha arasında ANSYS/LS-DYNA'nın yüzey-yüzey aşınmalı (SURFACE-TO-SURFACE_ERODING_CONTACT) ve nokta-yüzey aşınmalı (NODE-TO-SURFACE_ERODING_CONTACT) temas etkileşimi algoritmaları tanımlanmıştır. Çarpışma analizinde bazı düğüm noktalarının aşırı miktarda yer değiştirmesi gibi bazı yerel kararsızlıklar gözlemlenmiştir. Bu durum var olan temas direngenliği çarpanının f_s değerini deneme yanılma yoluyla 0.1'den 0.05'e düşürerek giderilmiştir. Bu modelin 1.9 GHz işlemcili ve 1 GB RDRAM'e sahip bir P4-IBM PC'de 10 μs için analizi 2 ila 6.5 saat arasında sürmektedir.

6.3.2. Süreklilik Denklemleri

Zırhın ve merminin çarpışmalar esnasındaki davranışlarını modelleyebilmek için Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli ile Johnson-Cook Malzeme Modeli kullanılmıştır.

6.3.2.1 Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli

Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli gerinim hızına duyarlı bir elastik-plastik malzeme modelidir ve Alumina Seramikten yapılmış olan zırhın ilk katını modellemek üzere kullanılmıştır. Bu modelde gerinim hızı aşağıda da görüldüğü gibi Cowper-Symonds modeli kullanılarak akma gerilmesini gerinim hızına bağlı bir katsayı ile çarpılarak dikkate alınmaktadır [Yamazaki et al. 1997].

$$\sigma_Y = \left[1+\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{C}\right)^{\left(\frac{1}{P}\right)}\right]\sigma_0 \tag{6.5}$$

burada, σ_Y ilk akma gerilmesi, $\dot{\varepsilon}$ gerinim hızı, C ve P Cowper-Symonds gerinim hızı parametreleridir.

Kırılma/kopma eşdeğer plastik gerinimin (erozyon gerinimi) kullanıcı tarafından verilen bir değere eriştiklerinde elemanların çıkarılması ile gerçekleşir. Bu analizde Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli kullanılmasının nedeni de bu kırılma/kopma kriterinden faydalanmaktır. Çünkü, seramik malzeme için gerinime veya gerinim hızına bağlı bir sertleşmeni olmayacağı kabulü yapılmış malzemenin elastik-mükemmel plastik davranacağı düşünülmüştür.

Alumina seramik malzeme için Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli parametreleri Çizelge 6.1'de verilmiştir.

Çizelge 6.1. Alumina Seramik (Al_2O_3) için Plastik Kinematik Sertleşme Malzeme Modeli Parametreleri.

Elastisite Modülü (MPa)	Yoğunluk (Kg/m^3)	Poisyon Oranı	Akma Gerilmesi (MPa)	Tanjant Modülü (MPa)	Gerinim Hızı Parametreleri		Kopma Gerinimi
E	ρ	ν	σ_Y	E_T	C	P	ε_f
370,000	3960	0.22	200,000	0	0	0	0.12

6.3.2.2 Johnson-Cook Malzeme Modeli

Johnson-Cook Malzeme Modeli, gerinim, gerinim hızı, sıcaklık duyarlı (adyabatik kabul ile) bir vizko-plastik malzeme modelidir. Bo model zırhın 4340 Çelik orta tabaka ve 2024-T3 aluminyum arka tabaka katmanları ile tunsten ağır alaşımından (WHA) yapılmış merminin modellenmesi için kullanılmıştır.

Johnson-Cook Malzeme Modeli akma gerilmesinin hesabında Denklem (6.6)'yı kullanmaktadır [Kohnke, 1999].

$$\sigma_Y = \left(A + B\varepsilon^n\right)\left(1 + C\ln\dot{\varepsilon}^*\right)\left(1 - T^{*m}\right) \tag{6.6}$$

burada, σ_Y efektif gerilme, ε efektif plastik gerinim, $\dot{\varepsilon}^*$ normalize edilmiş efektif plastik gerinim hızı (genellikle 1.0 s^{-1} gerim hızına göre normalize edilir). A, B, C, n ve m malzeme sabitlerini göstermektedir. T^* değeri Denklem (6.7)'deki gibi tanımlanabilir.

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}} \tag{6.7}$$

burada, T sıcaklığı, T_{room} oda sıcaklığını, T_{melt} malzemenin solidus eğrisi üzerindeki erime sıcaklığını göstermektedir.

Johnson-Cook Malzeme Modeli malzemenin kopacağı şekil değişimini Denklem 6.4'teki kümülatif kırılma kanununa göre hesaplamaktadır [Ben-Dor et al., 1994].

$$D = \sum \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon_f} \tag{6.8}$$

burada, $\Delta\varepsilon$ yükleme sırasında efektif plastik gerinimdeki artışı göstermektedir, bunun yanında, ε_f kopma gerinimi değeri Denklem (6.9)'daki gibi hesaplanır.

$$\varepsilon_f = \left[D_1 + D_2 \exp\left(D_3 \sigma^*\right)\right]\left[1 + D_4 \ln \dot{\varepsilon}^*\right]\left[1 + D_5 T^*\right] \tag{6.9}$$

burada, $\sigma^* = \frac{p}{\sigma_{eff}}$ efektif gerilme değeri ile normalize edilmiş ortalama gerilme değerini, D_1, D_2, D_3, D_4 ve D_5 malzemenin kırılma parametrelerini göstermektedir. Bu modelde kırılma değeri D = 1 olduğu zaman malzemenin kırılacağı/kopacağı varsayılmaktadır. Görüldüğü gibi malzeme kopma ve kırılma kriteri de ortalama gerilme, gerinim hızı ve sıcaklığın bir fonksiyonu olarak her zaman adımında hesaplanmaktadır. Penetrasyon sırasında kopan veya kırılan elemanlar sonlu elemanlar ağı modelinden çıkarılmaktadır.

Johnson-Cook Malzeme Modeli Mie-Gruneisen Hal Denklemi Modeli ile birlikte kullanılmıştır.

6.3.2.3 Mie-Gruneisen Hal Denklemi Modeli

Bu hal denklemi malzemenin çekmeye veya basmaya maruz kalmasına göre, basınç-hacim ilişkisini düzenlemektedir. Mie-Gruneisen Hal Denklemi Modelinde basmaya ve çekmeye maruz kalan malzemeler için basınç değeri sırasıyla Denklem (6.10) ve (6.11)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$p = \frac{\rho_0 C_{sp}^2 \mu\left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2}\right)\mu - \frac{a}{2}\mu^2\right]}{\left[1 - (S_1 - 1)\mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu + 1)^2}\right]} + (\gamma_0 + a\mu)E_{\text{int}} \tag{6.10}$$

$$p = \rho_0 C_{sp}^2 \mu + (\gamma_0 + a\mu)E_{\text{int}} \tag{6.11}$$

burada, E_{int} iç enerjiyi, C_{sp} elastik dalga hızını, S_1, S_2, S_3 vs-vp eğrisinin eğiminin çıkarıldığı katsayıları, γ_0 Gruneisen gamayı, a birinci dereceden hacim düzeltme katsayısını göstermektedir. Ayrıca μ Denklem (6.12)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$\mu = \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \tag{6.12}$$

WHA, 4340 Çeliği ve 2024-T3 için Johnson-Cook ve Mie-Gruneisen Malzeme Modeli sabitleri Çizelge 6.2'de verilmektedir [11-14].

Çizelge 6.2. WHA, 4340 Çeliği ve 2024-T3 için Johnson-Cook ve Mie-Gruneisen Malzeme Modeli Sabitleri

Parametreler	Simge	WHA	4340	2024-T3
Mukavemet Sabitleri				
Yoğunluk (Kg/m^3)	ρ	17670	7850	2770
Poisyon Oranı	ν	0.28	0.33	0.33
Elastisite Modülü (MPa)	E	347,000	210,000	72,400
Statik Akma Noktası (MPa)	A	926	792	264
Gerinim Sertleşmesi Modülü(MPa)	B	843	510	426
Gerinim Sertleşmesi Üstü	n	0.4	0.26	0.34
Gerinim Hızı KAtsayısı	C	0.0385	0.014	0.015
Termal Yumuşama Üstü	m	0.5727	1.03	1
Referans Sıcaklığı (K)	T_{room}	300	300	300
Erime Sıcaklığı (K)	T_{melt}	1723	1793	775
Özgül Isı (J/Kg K)	c_P	134	477	875
Kırılma/Kopma Sabitleri				
D_1		0	-0.8	0.13
D_2		0.33	2.1	0.13
D_3		-1.5	-0.5	-1.5
D_4		0.042	0.002	0.011
D_5		0	0.61	0
Mie-Grünesien Hal Denklemi Sabitleri				
S_1 (Mpa)		304	164	200
S_2 (Mpa)		331	294	300
S_3 (Mpa)		201.8	500	500
γ_0		1.58	1.16	1.02

6.4. Katmanlı Zırh Tasarımında Optimizasyon Formülasyonu

Bu bölümde 1000 m/s ve 2000 m/s hızla çarpmaya maruz kalan katmanlı bir zırhın tam delinmeye (penetrasyon) maruz kalmaması için taarımı incelenmiştir. Sonuç olarak elde edilecek zırhta katmanların kalınlıklarının penetrasyon

performansı üzerinde büyük bir etkisi vardır. Zırhın merminin hareket doğrultusu ile yapmış olduğu açı da penetrasyon performansını etkilemektedir. Bu nedenle, katmanların kalınlıkları ve hareket doğrultusu ile yapmış oldukları açı Şekil 6.3'te de görüldüğü gibi tasarım değişkenleri olarak seçilmiştir. Merminin zırh içerisine doğru yapacağı hareket ise amaç ve sınır şartları fonksiyonlarını elde etmek için kullanılacaktır.

Hedef ve gereksinimler bir optimizasyon problemi cinsinden ifade edilecek olursa:

Aranan tasarım değişkenleri:

$$\mathbf{x}=\{T1,T2,T3,\alpha\} \tag{6.13}$$

Maksimize edilecek amaç fonksiyonu:

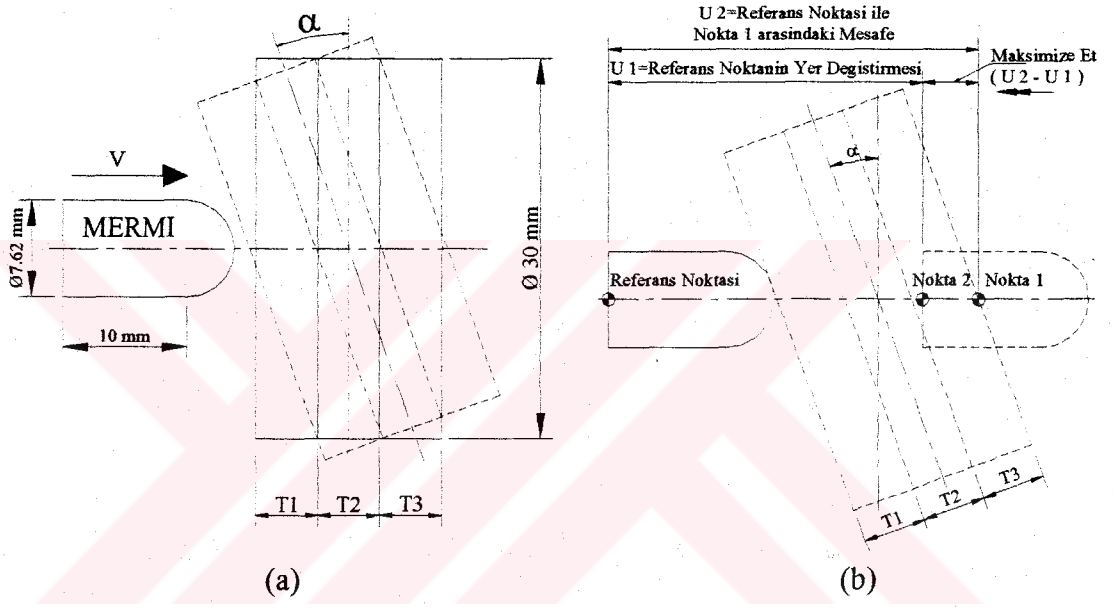
$$(U2-U1) \tag{6.14}$$

Sınır şartları:

$$\left.\begin{array}{l} U1 \leq U2 \\ 0.5\ mm \leq T1 \leq 5\ mm \\ 0.5mm \leq T2 \leq 5\ mm \\ 0.5\ mm \leq T3 \leq 5\ mm \\ 0.0^0 \leq \alpha \leq 20^0 \end{array}\right\} \tag{6.15}$$

burada, U1 merminin arka yüzündeki referans noktasının yer değiştirmesi . U2 referans noktası ile zırhın arka yüzü arasındaki mesafeye tekabül eder. Penetrasyon mesafesi, çarpışma sırasında merminin ucu hasar gördüğünden merminin arka yüzü ile zırhın arka yüzü arasında (U1-U2) bağıntısı kullanılarak heasplanır. Denklem

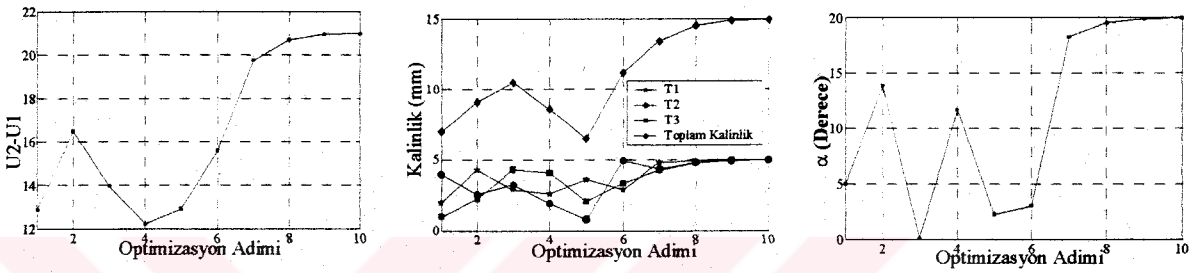
(6.14) dolaylı yoldan minimum penetrasyonu zorlarken, Denklem (6.15) zırh üzerinde penetrasyon derinliğinin zırhın toplam kalınlığını geçmemesi için bir sınır koyar. Denklem (6.15) ayrıca tasarım parametrelerinin amaç ve sınır şartlarını sağlayacak şekilde hangi aralıkta ayarlanabileceğini göstermektedir. T_1, T_2, T_3 katmanların kalınlıklarıdır ve α eğim açısıdır. Tasarım parametrelerinin ilk değerleri şöyle alınmıştır: T1 = 2 mm, T2 = 4 mm, T3 = 1 mm ve $\alpha = 5^0$. Denklem (6.13)-(6.15) tarafından ifade edilen optimizasyon problemi çapraz ve quadratik yaklaşım terimleri kullanarak ANSYS tasarım optimizasyonu modülüyle çözülmüştür.



Şekil 6.3. (a) Tasarım Değişkenleri (b) Zırhta Penetrasyonun Ölçümü

7. SONUÇLAR/ÖNERİLER

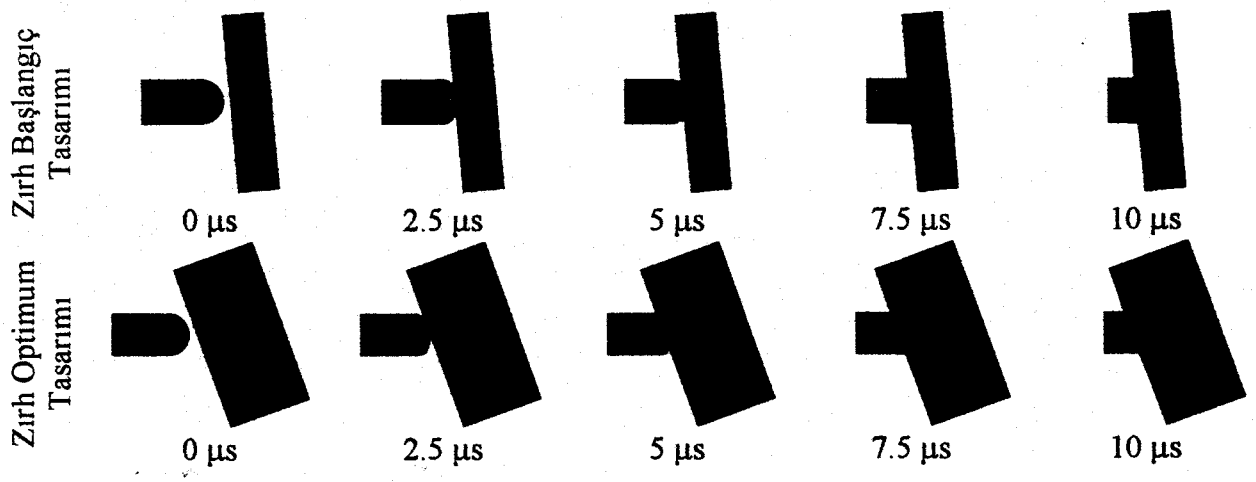
1000 m/s hızla çarpan mermi için optimizasyon sonuçları şöyledir. Amaç fonksiyonun, kalınlıkların ve açının optimizasyan adimlari ile değişimi sırası ile Şekil 7.1'te gösterilmiştir. Optimizasyon prosesinin N+2 tasarım kümesinden sonra başladığını hatırlarsak, bu problem için söz konusu olan dört değişkene karşılık optimizasyon sonuçları Şekil 7.1'te görüldüğü gibi altıncı tasarım kümesinden sonra gözlenebilir.



(a) (b) (c)

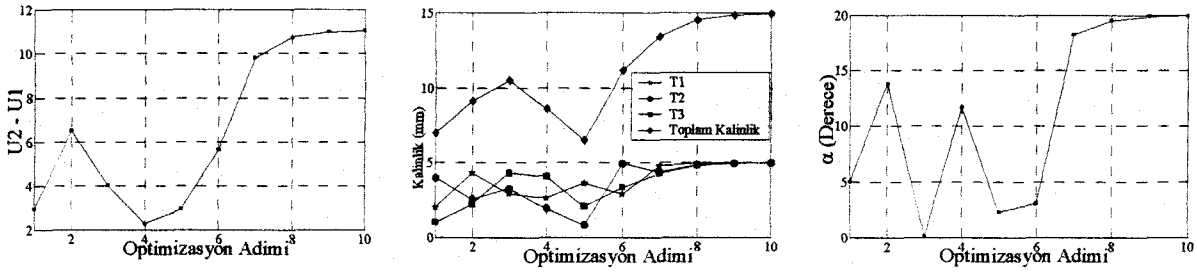
Şekil 7.1. (a) Amaç Fonksiyonunun, (b) Katman Kalınlıklarının, ve (c) Açının Optimizasyon Adımlarıyla Değişimi (Mermi Hızı 1000 m/s).

1000 m/s hızla hareket eden merminin çarpmasına maruz kalan bir zırhın Başlangıç ve optimum tasarım için simülasyon sonuçlarının karşılaştırılması Şekil 7.2'de gösterilmektedir.



Şekil 7.2. 1000 m/s Hızla Hareket Etmekte Olan Bir Merminin Çarpmasına Maruz Kalan Bir Zırhın Başlangıç ve Optimum Tasarımlarının Deformasyonu.

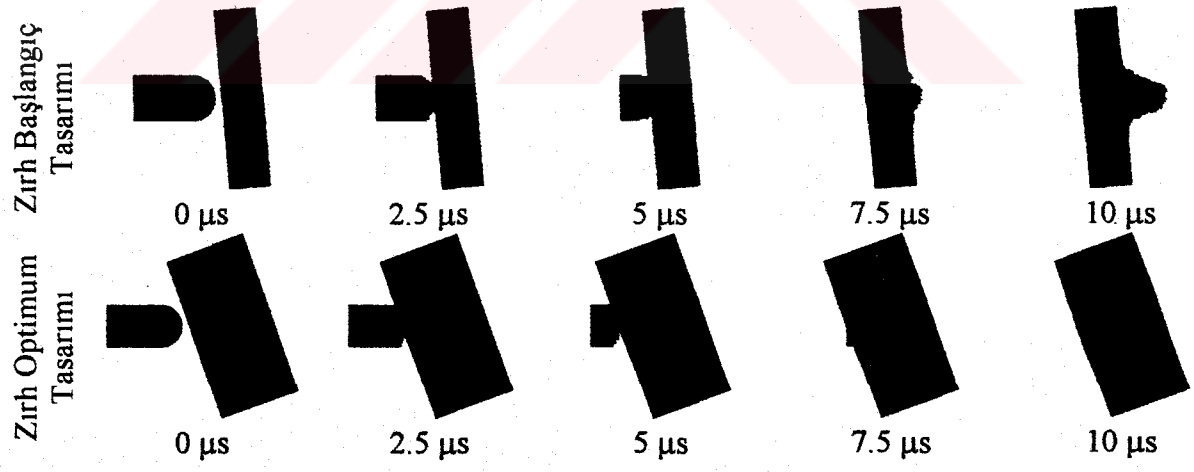
Denklem (6.10)-(6.12) tarafından verilen optimizasyon problemi optimum tasarım üzerine çarpışma hızının etkisini inceleyebilmek amaçıyla 2000 m/s'lik bir çarpışma hızı için tekrar çözüllmüştür. 2000 m/s hızla çarpan mermi için optimzasyon sonuçları şöyledir. Amaç fonksiyonun, kalınlıkların ve açının optimizasyon adimlari ile değişimi sırası ile Şekil 7.3'de gösterilmiştir.



(a) (b) (c)

Şekil 7.3. (a) Amaç Fonksiyonunun, (b) Katman Kalınlıklarının, ve (c) Açının Optimizasyon Adımlarıyla Değişimi (Mermi Hızı 2000 m/s).

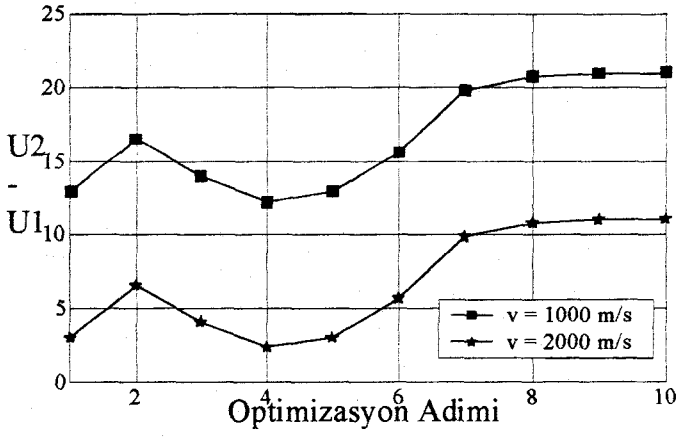
2000 m/s hızla hareket eden merminin çarpmasına maruz kalan bir zırhın Başlangıç ve optimum tasarım için simülasyon sonuçalarının karşılaştırılması Şekil 7.4'de gösterilmektedir.



Şekil 7.4. 2000 m/s Hızla Hareket Etmekte Olan Bir Merminin Çarpmasına Maruz Kalan Bir Zırhın Başlangıç ve Optimum Tasarımlarının Deformasyonu.

Şekil 7.5'de amaç fonksiyonunun çarpışma hızı ile değişimi gösterilmektedir. Şekil 7.1 ve 7.3'ten de görüldüğü gibi yaklaşık optimizasyon metodusadece 10 adet sonlu elemanlar analizi kullanarak, katman kalınlıklarını ve açılarını değiştirerek,

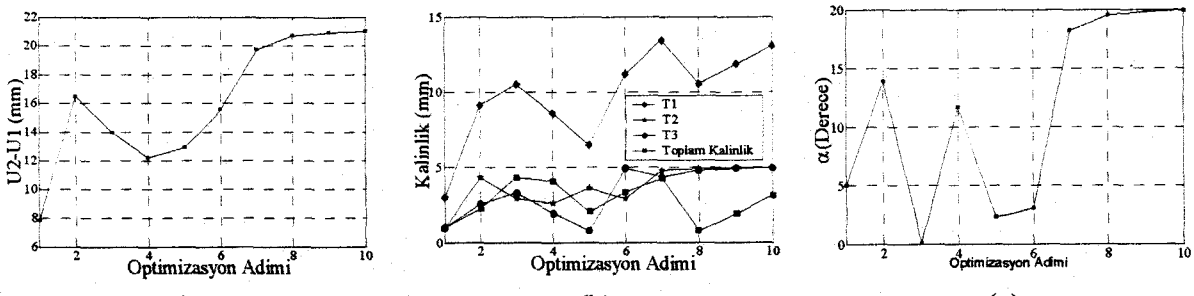
penetrasyon derinliğini önemli ölçüde azaltılmıştır. Görüldüğü gibi tasarım değişkenleri üst limitlerine yakınsamıştır.



Şekil 7.5. Amaç Fonksiyonunun Çarpışma Hızı ile Değişimi

7.1. Global Optimumun Aranması

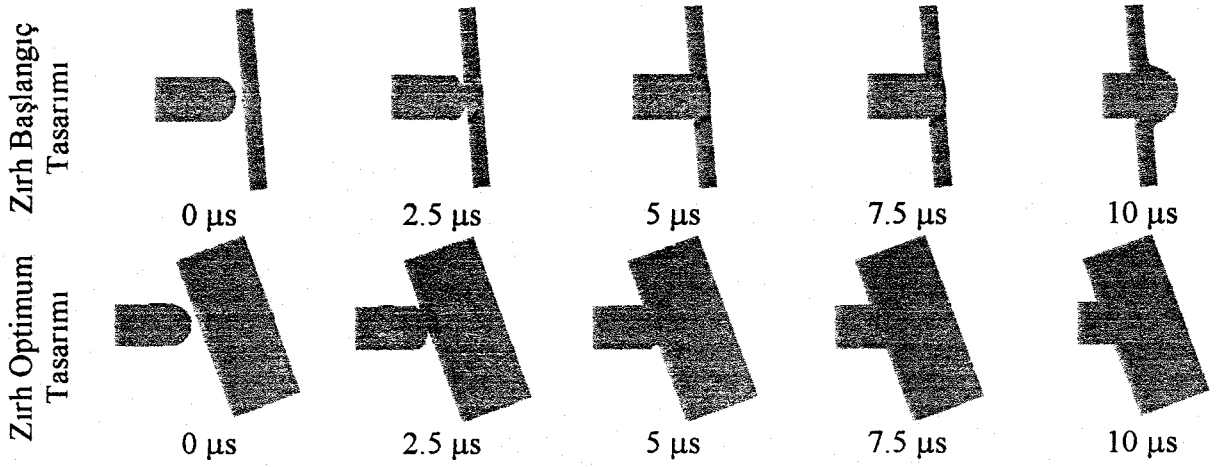
Global optimumu aramak için optimizasyon prosesi bir başka başlangıç tasarım değişkenleri kümesi kullanılarak başlatılmıştır. Bu değişik tasarım değişkenleri T1 = 1 mm, T2 = 1 mm, T3 = 1 mm ve $\alpha = 5^0$ 'dir. Yeni başlangıç değerleri için amaç fonksiyonunun, kalınlıkların ve açının optimizasyon adımları ile değişimi sırası ile Şekil 7.6'da gösterilmiştir.



(a) (b) (c)

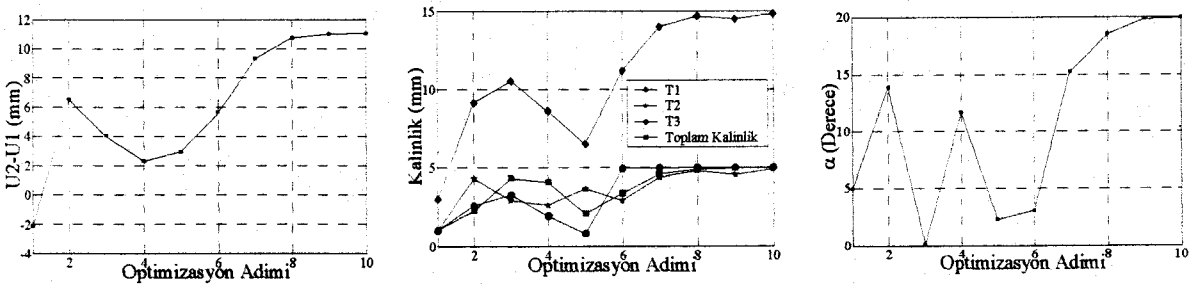
Şekil 7.6. (a) Yeni Başlangıç Değerleri için Amaç Fonksiyonunun, (b) Katman Kalınlıklarının, ve (c) Açının Optimizasyton Adımlarıyla Değişimi (Mermi Hızı 1000 m/s).

Yeni başlangıç değerleri için 1000 m/s hızla hareket eden merminin çarpmasına maruz kalan bir zırhın başlangıç ve optimum tasarım için simülasyon sonuçlarının karşılaştırılması Şekil 7.7'de gösterilmektedir.



Şekil 7.7. Yeni Başlangıç Değerleri için 1000 M/S Hızla Hareket Etmekte Olan Bir Merminin Çarpmasına Maruz Kalan Bir Zırhın Başlangıç ve Optimum Tasarımlarının Deformasyonu.

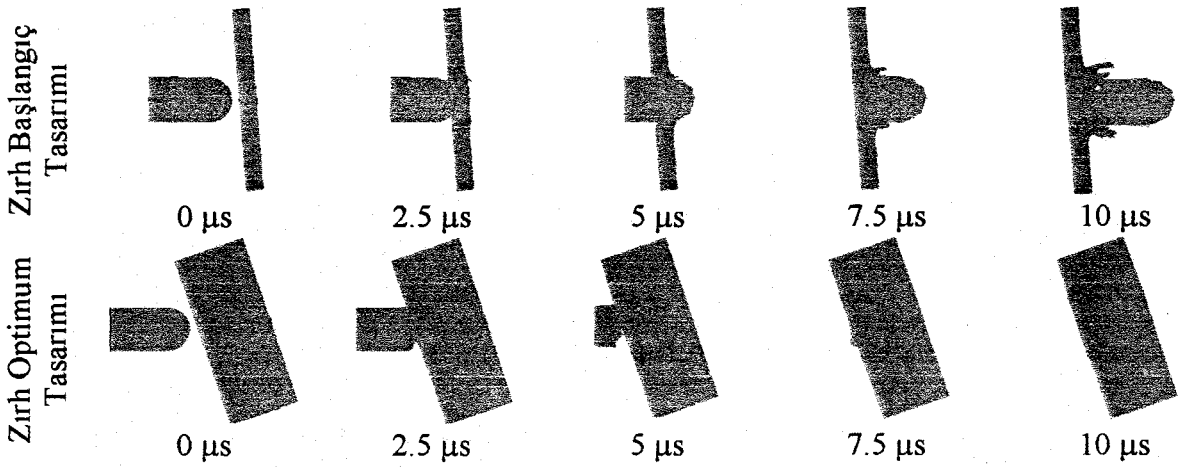
Yeni başlangıç değerleri için 2000 m/s'de gerçekleşen çarpışma için amaç fonksiyonun, kalınlıkların ve açının optimizasyon adımları ile değişimi sırası ile Şekil 7.8'de gösterilmiştir.



(a) (b) (c)

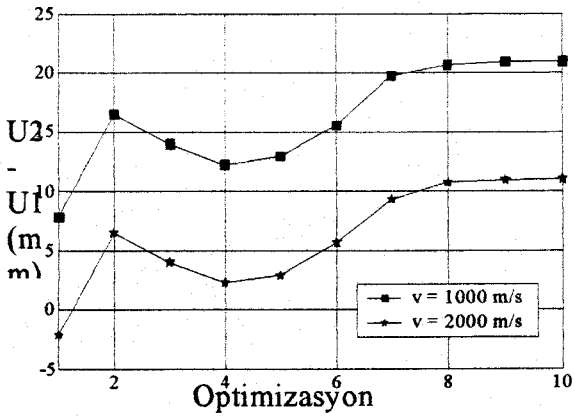
Şekil 7.8. (a) Yeni Başlangıç Değerleri için Amaç Fonksiyonunun, (b) Katman Kalınlıklarının, ve (c) Açının Optimizasyton Adımlarıyla Değişimi (Mermi Hızı 2000 m/s).

Yeni başlangıç değerleri için 2000 m/s hızla hareket eden merminin çarpmasına maruz kalan bir zırhın başlangıç ve optimum tasarım için simülasyon sonuçlarının karşılaştırılması Şekil 7.9'da gösterilmektedir.



Şekil 7.9. Yeni Başlangıç Değerleri için 2000 M/S Hızla Hareket Etmekte Olan Bir Merminin Çarpmasına Maruz Kalan Bir Zırhın Başlangıç ve Optimum Tasarımlarının Deformasyonu.

Şekil 7.10'da yeni başlangıç değerleri için amaç fonksiyonunun çarpışma hızı ile değişimi gösterilmektedir. Şekil 7.6 ve 7.8'den de görüldüğü gibi yaklaşık optimizasyon metodu yine sadece 10 adet sonlu elemanlar analizi kullanarak, katman kalınlıklarını ve açılarını değiştirerek, penetrasyon derinliğini önemli ölçüde azaltmıştır. Görüldüğü gibi tasarım değişkenleri yine üst limitlerine yakınsamıştır.



Şekil 7.10. Yeni Başlangıç Değerleri için Amaç Fonksiyonunun Çarpışma Hızı ile Değişimi.

7.2. Değerlendirmeler

Bu çalışmada birçok yüksek hızlarda hareket eden bir merminin çapmasına karşı direnç gösteren 3-tabakalı katmanlı bir zırhın yaklaşık optimizasyon metodu ile otomatize edilerek tasarımı yapılmıştır. Tasarım otomatizasyonu ANSYS parametrik önişlemcisini, 3-boyutlu açık dinamik sonlu elemanlar analizi yazılımı ANSYS/LS-DYNA'yı, ANSYS sonişlemcisini, hata metodlarına ve cevap yüzeyi yaklaşımına dayanan bir nümerik optimizasyon algoritmasını entegre eden ANSYS tasarım optimizasyonu modülü kullanılarak yapılmıştır. Zırh, maksimum penetrasyon mesafesi ifadesini temsil eden minimum penetrasyonu sağlamak üzere yapılmıştır. Zırh katmanlarının kalınlıkları ve kurşunun hareket doğrultusu ile yaptıkları açının tasarımın amacını ve kısıtlamaları etkilediği kabul edilerek bunlar tasarım değişkeni olarak tanımlanmışlardır. ANSYS tasarım optimizasyonu modülü kurşunun penetrasyon miktarını sistematik ve verimli bir şekilde azaltabilmiştir. Optimum tasarım en az sayıda sonlu elemanlar analizi kullanılarak elde edilmiştir. Global optimumu aramaya yönelik farklı başlangıç değerlerinden başlanarak yapılan optimizasyon çalışmasında da aynı optimuma yakınsandığı görülmüştür.

7.3. Öneriler

ANSYS tasarım optimizasyonu modülü içerisine entegre edilen yaklaşık optimizasyon metodunun yeteneği, ANSYS/LS-DYNA analiz yazılımının yetenekleriyle sınırlıdır. ANSYS/LS-DYNA, Johnson-Cook gibi çok gelişmiş malzeme modellerine sahiptir ve bunları kullanıma sunmaktadır. Fakat Johnson-Holmquist gibi seramik davranışlarının başarıyla modellenmesinde tercih edilen yeni jenerasyon bazı malzeme modelleri yazılım içerisinde bulunmamaktadır. Ayrıca, ANSYS/LS-DYNA yüksek hızdaki çarpışma problemlerinde karşılaşılan 6 yüzlü elemanların çarpılmalarına karşı bir adaptif tekrar ağ örme algoritması içermemektedir.

Gelecekte yapılacak bir çalışma bu bahsedilen özelliklerin eklendiği bir yazılım ile optimizasyonu sürdürmeyi içerebilir. Ayrıca ağırlık gibi farklı amaç ve

sınır şartı fonksiyonları için optimizasyonu tekrarlamak ta gelecekte yapılacak bir çalışma konusu olarak düşünülebilir.

KAYNAKLAR

1. ARORA, J.S., Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill, Inc., NY, USA, 1989.

2. B.A. GAMA, T.A. BOGETTI, B.K. FINK, C.J. YU, T.D. CLAAR, H.H. EIFERT ve J.W. GILLESPIE Jr., Aluminum Foam Integral Armor: A New Dimension in Armor Design, Composite Structures, 24, 381-395, 2001.

3. BALABANOV, V.O., Development of Approximations for HSCT Wing Bending Material Weight Using Response Surface Methodology, Ph.D. Thesis, Virginia Tech., USA, September 1997.

4. BARTHELEMY, J.-F.M., HAFTKA, R.T., Review Article: Approximation Concepts for Optimum Structural Design-A Review, Structural Optimization 5: 129-144, 1993.

5. BATHE, K. J. Finite Element Procedures, John-Wiley and Sons, NY, 1996.

6. BEN-DOR G., DUBINSKY A., ELPERIN T., FRAGE N., Optimization of two Component Ceramic Armor for a Given Impact Velocity, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 33, 185-190, 2000.

7. BENNETT, J. A., PARK, G. J., Automotive Occupant Dynamics Optimization. Shock and Vibration, Vol. 2, No. 6, pp. 471-479, 1995.

8. BOSIO, A.C., LUPKAR, H.A., Design of Experiments in Occupant Simulation. SAE Technical paper 910891.

9. CHEN S-Y., An Approach for Impact Structure Optimization Using the Robust Genetic Algorithm, Finite Elements in Analysis and Design, 37, 431-446, 2001.

10. ETMAN, L.F.P., ADRIAENS, J.M.T.A, van SLAGMAAT, M.T.P., SCHOOFS, A.J.G., Crash Worthiness Design Optimization Using Multipoint Sequential Linear Programming, Structural Optimization 12: 222-228, 1996.

11. GIUNTA, A. A., DUDLEY, J. M., NARDUCCI, R., GROSSMAN, B., HAFTKA, R. T., MASON, W. H., WATSON, L. T.; Noisy Aerodynamic Response and Smooth Approximations in HSCT Design, AIAA Paper No. 94-4376, Proceedings of the AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Panama City Beach, FL, USA, September 7-9, 1994.

12. H. MAHFUZ, Y. ZHU, A. HAQUE, A. ABUTALIB, U. VAIDYA, S. JEELANI, B. GAMA, J. GILLESPİE and B. FINK, Investigation of High-Velocity İmpact on Integral Armor Using Finite Element Method, Int. J. of Impact Engineering, 24, 203-217, 2000.

13. HAFTKA, R.T., GURDAL, Z., Elements of Structural Optimization, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, USA, 1996.

14. HALLQUIST, J. O., LS-DYNA Theoretical Manual, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA, USA, 1997.

15. J.A. ZUKAS and D.R. SCHEFFLER, Impact Effects in Multilayered Plates, Int. Journal of Solids and Structures, 38, 3321-3328, 2001.

16. J.A. ZUKAS, High Velocity Impact Dynamics, John Wiley & Sons Inc., NY, 228-230, 1990.

17. KURTARAN H., OMAR T.A., ESKANDARIAN A., Crashworthiness Design Optimization of Energy-absorbing Rails for Automative Industry, Proceedings of 2001 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, November 11-16, New York, NY, 2001.

18. LUST, R., Structural Optimization with Crashworthiness Constraints, Structural Optimization 4: 85-89, 1992.

19. MIURA, H., UMEZU, Y., HARADA, M., KODIYALAM, S., Improvement of Crash Characteristics through a Design Optimization Application. Engineous Software Technical Paper, Copyright 1998 by Engineous Software, Inc, 1998.

20. P. KOHNKE, Ansys Theory Reference Manual, Release 5.7., Ansys Inc. Houston, Pennsylvania, 1999.

21. ROEDER B.A., SUN C.T., Dynamic Penetration of Alumina/Aluminum Laminates: Experiments and Modeling, Int. J. of Impact Engineering, 25, 169-185, 2001.

22. SCHMIT, L. A., FARSHI, B., Some Approximation Concepts for Structural Synthesis, AIAA Journal, 12 (5), 692-699, 1974.

23. SCHOOFS, A.J.G., KLINK, M.B.M., van CAMPEN, D.H., Approximation of Structural Optimization Problems by Means of Designed Experiments, Structural Optimization 4: 206-212, 1992.

24. SCHRAMM, U., Structural Optimization for Nonlinear Dynamics, Proceedings of NAFEMS WORLD CONGRESS '97 on DESIGN, SIMULATION and OPTIMIZATION Reliability and Applicability of Computational Methods, Vol. 2, 897-908, 1997.

25. STANDER, N., ROUX, W., PATTABIRAMAN, S., DHULIPUDI, R., The Application of LS-OPT to Design Optimization Problems in Nonlinear Dynamics Using LS-DYNA, LS-DYNA Conference, 1998.

26. T. BORVIK, M. LANGSETH, O.S. HOPPERSTAD ve K.A. MALO, Ballistic Penetration of Steel Plates, Int. J. of Impact Engineering, 22, 855-886, 1999.

27. T. BORVIK, O.S. HOPPERSTAD, T. BERSTAD ve M. LANGSETH, A Computational Model of Viscoplasticity and Ductile Damage for Impact and Penetration, Eur. J. Mech. A/Solids, 20, 685-712, 2001.

28. T. BORVIK, O.S. HOPPERSTAD, T. BERSTAD ve M. LANGSETH, Perforation of 12 mm Thick Steel Plates by 20 mm Diameter Projectiles with Flat, Hemispherical and Conical Noses Part II: Numerical Simulations, Int. J. of Impact Engineering, 27, 37-64, 2002.

29. T.J. HOLMQUIST, D.W. TEMPLETON, K.D. BISHNOI, Constitutive Modeling of Aluminum Nitride for Large Strain, High-Strain Rate, and High Pressure Applications, Int. J. of Impact Engineering, 25, 211-231, 2001.

30. VANDERPLAATS, G.N., Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, Vanderplaats Research and Development, Inc., Colarodo Springs, CO, USA, 1998.

31. WHITE, K. P., Jr., HOLLOWELL, W. T., GABLER, H. C., PILKEW, W. D.; Simulation Optimization of the Crashworthiness of a Passenger Vehicle in Frontal Collision Using Response Surface Methodology. SAE Transactions, Sec. 3, 3.798-3.811, 1985.

32. YAMAZAKI, K., HAN, J., ISHIKAWA, H., KUROIWA, Y.; Maximization of Crushing Energy Absorption of Cylindrical Shells-Simulation and Experiment, Proceedings of the OPTI-97 Conference, Rome, Italy, September 1997.

ÖZGEÇMİŞ

Murat BÜYÜK, 1976 yılında doğmuştur. Yıldız Teknik Üniversitesi Makina Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'nü 1999 yılında bitirmiştir. Şahin Holding A.Ş. ve Komsa A.Ş.'de AR&GE mühendisliği bölümlerinde görev almış olan Murat BÜYÜK, 2000 yılından beri Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Tasarım ve İmalat Mühendisliği Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.